

Время решения задачи целочисленного линейного программирования с помощью асимптотического алгоритма, вообще говоря, зависит от размерности задачи. Для примеров, взятых из [1, 5], при $m=2$, $n=7$ и $m=11$, $n=21$ оно составило примерно 2—4 сек.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ху Т. Целочисленное программирование и потоки в сетях. М.: Мир, 1974.
2. Литвак Б. Г., Найвельт А. В. Опорные групповые элементы в алгоритме групповой минимизации. — В кн. Исследования по дискретной оптимизации. М.: Наука, 1976.
3. Илев В. И. Приведение целочисленной квадратной матрицы к нормальной форме Смита. — В кн. Системы программного обеспечения решения задач оптимального планирования. Краткие тезисы докладов IV Всесоюзного симпозиума (г. Нарва-Йыэсуу, 5—13 июня 1976 г.). М.: ЦЭМИ АН СССР, 1976.
4. Илев В. И. Решение задачи групповой минимизации. — В кн. [3].
5. Trauth C. A., Woolsey R. E. Integer Linear Programming: A Study in Computational Efficiency. — Management Sci., 1969, vol. 15, № 9.

Поступила в редакцию
26 I 1977

МЕТОД КОМПРОМИСНОГО РЕШЕНИЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ С ЛИНЕЙНЫМИ ЧАСТНЫМИ КРИТЕРИЯМИ

А СПАРУХОВА И.

(НРБ)

Если частные критерии K_i многокритериальной задачи невозможно ранжировать в зависимости от степени их важности, то целесообразно применить некоторые компромиссные методы определения оптимального плана такой задачи с критерием $K = (K_1, \dots, K_s)$.

Возможная компромиссная процедура решения многокритериальной задачи с критерием $K = \{K_i\}$ и областью допустимых планов v сводится к решению следующих $s+1$ задач

$$\begin{aligned} \max_{x \in v} K_1(x) &= K_1(x_1) = K_1^*, \\ \max_{x \in v} K_2(x) &= K_2(x_2) = K_2^*, \\ &\dots \dots \dots \\ \max_{x \in v} K_s(x) &= K_s(x_s) = K_s^*, \\ \min_{x \in v} y, \quad K_i^* - K_i(x) &\leq y \cdot l_i, \quad i=1, \dots, s. \end{aligned} \tag{1}$$

Решения первых s задач являются оптимальными планами $x_1, \dots, x_s$ соответственно для каждого из критериев $K_1, \dots, K_s$. Решение $(s+1)$ -й задачи дает такой план x^* , который вызывает отклонение каждого критерия $K_i(x)$ от его максимального значения K_i^* , меньшее чем компромисс y . Отклонение измерено с весовым коэффициентом l_i . Критерий оптимальности состоит в минимизации компромисса y .

В литературе существуют различные предложения об измерении компромисса. Отметим некоторые из них, являющиеся частным случаем $(s+1)$ -й задачи.

Предложение 1: $l_i=1$. В этом случае минимизируется максимальное отклонение каждого частного критерия от его максимума.

Предложение 2: $l_i=1/\sqrt{K_{i1}^2 + \dots + K_{in}^2}$, $i=1, \dots, s$, где $(K_{i1}, \dots, K_{in})$ являются компонентами линейного частного критерия K_i [1]. Очевидно, $y_i = (K_i^* - K_i(x^*)) / \sqrt{K_{i1}^2 + \dots + K_{in}^2}$ — расстояние от точки x^* до гиперплоскости $K_i(x) \geq K_i(x_i)$. Следовательно, надо найти такую точку x^* , на которой минимизируется максимальное расстояние от x^* до гиперплоскостей $K_i(x) \geq K_i(x_i)$.

Предложение 3: $l_i=1/|K_i^*|$, $i=1, \dots, s$. В данном случае минимизируется максимальное относительное отклонение критериев $K_i(x)$ от их максимальных значений K_i^* [2].

Иной подход к определению весовых коэффициентов для измерения компромисса можно получить, если многокритериальной задаче дать следующую трактовку. По-

лезность любого допустимого плана относительно критерия K_i характеризуется степенью достижения максимума K_i^* этого критерия, оцененной по линейной шкале на отрезке $[0, 1]$.

Взаимнооднозначное соответствие между значениями критерия K_i и точками отрезка $[0, 1]$ можно установить, используя следующий факт. Если критерий $K_i(x)$ определяет некоторое упорядочение множества допустимых планов $x \in v$ по степени их предпочтения, то критерий $Q_i(x) = p_i K_i(x) + q_i$, где $p_i > 0$ и q_i являются константами, дает то же упорядочение. Пусть точке 0 отрезка $[0, 1]$ соответствует минимальное значение критерия $Q_i(x)$, $Q_i^* = p_i K_i^* + q_i$, а точке 1 — максимальное значение этого критерия. Таким образом, p_i и q_i можно определить, решая систему уравнений: $p_i K_i^* + q_i = 0$, $p_i K_i^* + q_i = 1$, где $K_i^* = \max_{x \in v} K_i(x)$, откуда $p_i =$

$$= 1 / (K_i^* - K_i^*) > 0.$$

В этом случае весовые коэффициенты определяются равенствами

$$l_i = 1 / (K_i^* - K_i^*), \quad i = 1, \dots, s.$$

Последняя задача системы (1) будет

$$\min_{x \in v} y, \quad \frac{K_i^* - K_i(x)}{K_i^* - K_i^*} \leq y, \quad i = 1, \dots, s, \quad (2)$$

а первые s задач имеют более сложный вид

$$\max_{x \in v} [\pm K_i(x)] = \begin{cases} K_i^* \\ -K_i^* \end{cases} \quad i = 1, \dots, s.$$

При линейности частных критериев $K_i(x)$ и ограничений указанные экстремальные задачи являются задачами линейного программирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Saska J. Linearni multiprogramovani. — Ekonomicko-matematicky obzor, 1968, № 3.
2. Тамм М. И. Компромиссное решение задачи линейного программирования с несколькими целевыми функциями. — Экономика и матем. методы, 1973, т. IX, вып. 2.

Поступила в редакцию
3 II 1978

О ПОСТРОЕНИИ ПРАВИЛЬНЫХ ОТСЕЧЕНИЙ В ВЫПУКЛОМ ЦЕЛОЧИСЛЕННОМ ПРОГРАММИРОВАНИИ

ПОТЕМКИНА А. В., ШЕВЧЕНКО В. Н.

(Горький)

1. Многие проблемы планирования и управления народным хозяйством связаны с необходимостью решать задачи дискретной оптимизации, или, иначе, целочисленного программирования. Обычно рассматриваются задачи линейного целочисленного программирования с линейной целевой функцией и линейными ограничениями. В то же время многие постановки являются по существу нелинейными и требуют разработки специальных методов решения. Ниже предлагается обобщение известных алгоритмов отсечения на случай выпуклого целочисленного программирования.

Введем следующие обозначения. Пусть D — поле вещественных чисел; Z — кольцо целых чисел; $[\alpha]$, $\alpha \in D$ — наибольшее число, не превосходящее α ; D^m — m -мерное евклидово пространство над D ; Z^m и R^m — подмножества векторов из D^m с целочисленными и рациональными компонентами соответственно; $u \in D^m$, u — вектор-столбец; (b, u) — скалярное произведение векторов b и u из D^m ; u^T — вектор-строка; e_i — вектор из D^m , i -я компонента которого равна единице, $i = 1, \dots, m$, а остальные компоненты равны нулю; $\Gamma(S)$ — граница выпуклого замкнутого множества S из D^m ; $g_i S$ — относительно внутренность множества S ;

$$K(a_1, \dots, a_l) = \left\{ a \in D^m \mid a = \sum_{i=1}^m a_i \lambda_i, \lambda_i \geq 0, i = 1, \dots, l \right\}.$$