

МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЗМА ФОРМИРОВАНИЯ ЭКСПЕРТНОГО МНЕНИЯ ПРИ ВЫБОРЕ РЕШЕНИЯ*

© 1994 Айвазян С.А.

(Москва)

Дается модельное описание механизма формирования априорного и апостериорного мнений эксперта при выборе одного из обсуждаемых вариантов решения. Сочетание теоретико-вероятностного и статистического анализов предложенной модели позволяет: оценить разность информационных мер значимости доводов "за" и "против" каждого варианта решения, а также среднюю меру компетентности привлекаемой к работе группы экспертов отдельно в априорном и апостериорном режимах принятия решения; продвинуться в решении проблемы построения технологии экстракции знаний экспертов и представления этих знаний в соответствующих базах знаний экспертных систем.

ВВЕДЕНИЕ

Описанные в работе модель и процедуры относятся к схеме, когда принятие решения проходит три стадии, в которых последовательно участвуют три группы лиц: *а) помощники (ассистенты) экспертов*, подбирающие объективные факты, доводы и данные в пользу каждого из конкурирующих решений; *б) эксперты (тестовая группа)*, формирующие сначала самостоятельно, а затем с помощью данных группы *а)* свое мнение, например в виде меры убежденности (субъективной вероятности) в справедливости того или иного решения; *с) лица, принимающие решения (ЛПР)*, исходя из сведений, поступивших от групп *а)* и *б)*, а также личного профессионального опыта.

Основой модели служит идеология, родственная предложенной в [1], хотя и реализует этот подход иначе, чем в [1 и 2]. В частности, модель, представленная в разд. 2, и ее статистический анализ позволяют формально (математически) описать технологию получения априорных и апостериорных вероятностей справедливости того или иного решения каждым членом группы *б)*, а также оценить непосредственно ненаблюдаемые важные параметры механизма принятия решения на стадии *б)*. К ним относятся, например, общий объем объективной информации "за" и "против" того или иного варианта решения, средняя мера компетентности привлекаемой к работе группы экспертов, индикаторы, которые дают возможность предварительно подразделять группу *б)* на подгруппы с приблизительно равной мерой компетентности.

1. ГИПОТЕТИЧЕСКАЯ ОБЩАЯ СХЕМА ПРИНЯТИЯ ЭКСПЕРТНОГО РЕШЕНИЯ: НЕКОТОРЫЕ ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ

Пусть n экспертами анализируется k альтернативных (конкурирующих) решений $\delta_1, \dots, \delta_k$ какой-либо социальной, политической, экономической или технической проблемы. Технология формирования мнения у эксперта предусматривает два этапа: 1) *априорный*, т.е. до предъявления эксперту всей совокупности объективных фактов, доводов и данных "за" и "против" каждого фиксированного решения δ_j (подбор этого

* Данная работа получила финансовую поддержку в рамках проекта № 93-06-10072 Российского фонда фундаментальных исследований, за что я выражаю свою признательность Ю.Н. Гаврильцу.

материала осуществляется специальной группой ассистентов экспертов); 2) *апостериорный*, когда эксперт корректирует свое априорное мнение после анализа предъявленных ему группой ассистентов фактов, доводов и данных "за" и "против" каждого решения.

Дается модельное описание механизма формирования априорного и апостериорного мнений эксперта в процессе принятия решений и показаны прикладные возможности такого описания. Заметим, что в данной статье не обсуждаются важные вопросы необходимости статистического балансирования информации при представлении ее от группы ассистентов экспертов группе экспертов и от нее группе ЛПР (см. один из вариантов такой постановки задачи в [3]).

Обозначим априорное мнение эксперта i , выраженное в вероятностной шкале как степень его убежденности в правильности решения δ_i , через $P_i^{(j)}$, а апостериорное — $Q_i^{(j)}$. Следуя [1], введем соответствующие *информационные меры*

$$X_i^{(j)} = \ln \frac{P_i^{(j)}}{1 - P_i^{(j)}}, \quad \text{и} \quad Y_i^{(j)} = \ln \frac{Q_i^{(j)}}{1 - Q_i^{(j)}}. \quad (1)$$

В целях упрощения будем в дальнейшем опускать индекс j , имея в виду, что речь идет о некотором заранее фиксированном варианте решения.

Введем в рассмотрение конечные множества $M^+ = \{A\}$ всех объективно существующих доводов "за" данный вариант решения и $M^- = \{B\}$ всех объективно существующих доводов "против" него. Естественнo сопоставить каждому элементу множеств A или B некоторую положительную величину их информационной значимости $I(A)$ и $I(B)$, так что общие объемы информации "за" и "против" при аддитивном влиянии этих элементов выразятся так

$$Y_0^+ = \sum_{A \in M^+} I(A),$$

$$Y_0^- = \sum_{B \in M^-} I(B). \quad (2)$$

Эксперт, каким бы квалифицированным он ни был, учет в своих оценках *не все элементы множеств* M^+ и M^- , и рассмотрение представленных ему ассистентами доводов "за" и "против" может только повысить каждый из информационных компонентов апостериорной меры его убежденности в положительных (отрицательных) качествах анализируемого решения.

Теперь сформулируем главные модельные предположения.

(i). Всю совокупность доводов "за" и "против" (т.е. множество $M^+ \cup M^-$) можно условно расщепить на $m = m^+ + m^-$ "элементарных доводов" $e_1, \dots, e_m$, равнозначных с точки зрения их информационной значимости, т.е.

$$I(e_1) = I(e_2) = \dots = I(e_m) = \frac{1}{m} (Y_0^+ - Y_0^-) = \frac{1}{m^+} Y_0^+ = \frac{1}{m^-} Y_0^- = \Delta_0.$$

Этого можно добиться, например, измеряя информационную значимость каждого *реального* довода в количестве условных элементарных доводов. Для этого элементарный довод должен быть выбран так, чтобы информационная значимость любого реального могла быть измерена целым числом "информационных квантов" — равных ей элементарных доводов. Таким образом, если эксперт i учел в своем решении v_i^+ элементарных доводов "за" и v_i^- "против" в априорной оценке, и соответственно $\tilde{v}_i^+$ и $\tilde{v}_i^-$ элементарных доводов "за" и "против" в

апостериорной, то

$$X_i = \ln \frac{P_i}{1 - P_i} = \Delta_0 (v_i^+ - v_i^-), \quad (3)$$

$$Y_i = \ln \frac{Q_i}{1 - Q_i} = \Delta_0 [(v_i^+ - v_i^-) + (\tilde{v}_i^+ - \tilde{v}_i^-)].$$

(ii). Действие каждого эксперта i уподобляется работе некоторого *распознающего устройства*, которому предъявляется объективный довод "за" или "против", а оно с некоторой вероятностью p (у хорошего эксперта, естественно, эта вероятность близка к единице) "узнаёт" в нем один из этих аргументов. С вероятностью, дополняющей предыдущую до единицы, "не узнаёт", т.е. не включает его в число доводов, учитываемых в P_i (или Q_i) согласно (3).

При этом на стадии *априорного* оценивания (т.е. в ходе формирования P_i) все m доводов эксперту как бы предъявляет природа, и он каждый положительный из них распознает с вероятностью p_i^+ , а отрицательный — с p_i^- (очевидно, у идеального эксперта $p_i^+ = p_i^- = 1$). А на стадии *апостериорного* оценивания оставшиеся нераспознанными доводы представляют эксперту его ассистенты (в виде справок, фактов, данных и т.п.), и он эти доводы распознает с вероятностями $\tilde{p}_i^+$ и $\tilde{p}_i^-$ (соответственно, положительные и отрицательные).

(iii). Последовательные акты распознавания каждым экспертом предъявленных ему (природой или группой ассистентов) доводов являются взаимно независимыми как в "межэкспертном", так и в хронологическом плане.

Теперь к этим трем базовым (*принципиальным*) модельным допущениям присоединим еще два, которые являются скорее техническими и легко обеспечиваются на практике специальным подбором экспертов и отсутствием среди конкурирующих решений очевидно слабых или заведомо предпочтительных.

(iv). Характеристики (p_i^+ и p_i^-) априорной компетентности эксперта i и способности правильно оценивать справку ассистентов ($\tilde{p}_i^+$ и $\tilde{p}_i^-$) принимаются одинаковыми как для всех экспертов группы, так и применительно к способности распознавать "положительные" и "отрицательные" доводы, т.е. ($p_1^+ = \dots = p_n^+ = p_1^- = \dots = p_n^- = p$ и $\tilde{p}_1^+ = \dots = \tilde{p}_n^+ = \tilde{p}_1^- = \dots = \tilde{p}_n^- = \tilde{p}$). Это значит, что эксперты в группе — объективные, примерно равной компетенции и способности правильно оценивать справку ассистентов. Ниже будет показано, как рекомендуемая в данной работе процедура позволяет проводить специальный предварительный этап, в результате которого все участвующие в экспертизе специалисты в случае существенного разброса в уровне их компетенции могут быть разбиты на подгруппы с приблизительно одинаковым уровнем компетенции внутри каждой из них.

(v). Все P_i и Q_i отделены от нуля и единицы, т.е. существуют такие положительные $P_{\min}, P_{\max}, Q_{\min}, Q_{\max}$, что $0 < P_{\min} \leq P_i \leq P_{\max} < 1$ и $0 < Q_{\min} \leq Q_i \leq Q_{\max} < 1$.

Чтобы снизить впечатление о кажущейся чрезмерной обременительности допущения (i), еще раз подчеркнем условный характер деления множества доводов $M = M^+ \cup M^-$ на информационно равнозначные элементарные (здесь есть аналогия с построением вероятностного пространства с помощью множества равновероятных элементарных исходов). Действительно, если, например, значимость довода A объективно оценивается величиной $k\Delta_0$, а эксперт занизил ее до $k'\Delta_0$, $k' < k$, то в нашей схеме это означает, что эксперт "распознал" лишь k' доводов из k , предъявленных ему.

2. МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ЭКСПЕРТНОГО МНЕНИЯ

Принимая во внимание основные модельные допущения (i), (ii) и (iii), а также дополнительные (технические) (iv) и (v), мы можем полностью описать поведение случайных величин v_i^+ , v_i^- , $\tilde{v}_i^+$ и $\tilde{v}_i^-$. В частности, очевидно, v_i^+ и $\tilde{v}_i^+$ являются биномиальными случайными величинами с параметрами (соответственно (p, m^+) и $(\tilde{p}, m^+ - v_i^+)^{**}$). Аналогично v_i^- и $\tilde{v}_i^-$ (соответственно (p, m^-) и $(\tilde{p}, m^- - v_i^-)$) — биномиальны.

Итак, опросив экспертов и получив от каждого из них пару чисел (субъективных вероятностей) (P_i, Q_i) , $i = 1, \dots, n$, согласно (1), имеем выборку

$$(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n) \quad (4)$$

из генеральной совокупности с известными частными, условными и совместным распределениями ее компонент.

Выведем регрессию Y по X параллельно двумя способами: *теоретически*, с учетом установленного факта биномиальности условных распределений $\tilde{v}^+$ и $\tilde{v}^-$ при фиксированных v^+ и v^- , и *статистически* (в рамках линейной модели), оценивая параметры θ_0 и θ_1 уравнения

$$E(Y: X) = \theta_0 + \theta_1 X \quad (5)$$

по (4). Пусть это будут оценки $\hat{\theta}_0$ и $\hat{\theta}_1$ (о способе оценивания см. ниже).

Поскольку теоретический вывод функции регрессии Y по X дает

$$E(Y|X) = \tilde{p}\Delta_0(m^+ - m^-) + (1 - \tilde{p})X, \quad (6)$$

сравнение (5) и (6), а также использование дополнительного тождества $EY / EX = 1 - \tilde{p} + (\tilde{p} / p)$ позволяют установить следующие простые соотношения между содержательно интерпретируемыми параметрами экспертной процедуры подготовки решения: $(p, \tilde{p}; Y_0^+ - Y_0^-)$, с одной стороны, и параметрами регрессии θ_0 и θ_1 — с другой

$$\tilde{p} = 1 - \theta_1,$$

$$Y_0^+ - Y_0^- = \frac{\theta_0}{1 - \theta_1}, \quad (7)$$

$$p = \frac{\tilde{p}}{EY / EX - 1 + \tilde{p}}.$$

3. СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МОДЕЛИ

Выпишем регрессионную зависимость между Y и X с явным выражением для регрессионных остатков ϵ

$$Y = \tilde{p}\Delta_0(m^+ - m^-) + (1 - \tilde{p})X + \epsilon(X), \quad (8)$$

* Здесь распределение $\tilde{v}^+$ понимается в контексте описанной выше процедуры принятия решения как условное, при условии, что значение v^+ фиксировано.

где

$$\varepsilon(X) = \Delta_0[(\tilde{v}^+ - \tilde{p}(m^+ - v^+)) - (\tilde{v}^- - \tilde{p}(m^- - v^-))]. \quad (9)$$

Очевидно,

$$E(\varepsilon | X) \equiv 0, \quad (10)$$

$$D(\varepsilon | X) = \Delta_0^2 \tilde{p}(1 - \tilde{p})[(m^+ - v^+) + (m^- - v^-)]. \quad (11)$$

Выражения (8), (9) и (11) свидетельствуют о наличии *нестандартной* (хотя и линейной) модели регрессии, в которой регрессионные остатки (и, в частности, их условная дисперсия) зависят, во-первых, от объясняющей переменной X и, во-вторых, (и это вызывает наибольшие сложности в оценивании параметров регрессии) от значений оцениваемых параметров. Как известно (см., например, [4]), в данной ситуации обычные оценки методом наименьших квадратов не являются даже состоятельными, поэтому для оценивания параметров модели предлагается реализовать один из следующих подходов, упрощенный (приближенный) и точный (по методу максимального правдоподобия).

При первом оцени $\hat{\theta}_0$ и $\hat{\theta}_1$ параметров регрессионного уравнения (5) получаются как решение условной оптимизационной задачи вида

$$\sum_{i=1}^m (Y_i - \theta_0 - \theta_1 X_i)^2 \rightarrow \min_{\theta_0, \theta_1}, \quad 0 < \theta_1 < 1. \quad (12)$$

При втором подходе используются соотношения (3), в которых наблюдаемые значения $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$ выражаются через независимые биномиальные величины $v_i^+, v_i^-, \tilde{v}_i^+, \tilde{v}_i^-, i = 1, \dots, n$. Эти выражения позволяют построить функцию правдоподобия

$$L(X_1, Y_1; \dots, X_n, Y_n; m^+, m^-, \Delta_0, p, \tilde{p}), \quad (13)$$

а затем определить (хотя бы алгоритмически) такие комбинации этих параметров

$$\hat{\theta}_{\text{ОМП}} = \hat{\tilde{p}} \hat{\Delta}_0 (\hat{m}^+ - \hat{m}^-)$$

и

$$\hat{\theta}_{\text{ИМП}} = 1 - \hat{\tilde{p}},$$

которые доставляют максимум функции (13).

4. НАПРАВЛЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ПРИЛОЖЕНИЙ МОДЕЛИ

1. Ранжирование конкурирующих вариантов решений $\delta_1, \dots, \delta_k$ по величине $Y_0^+(j) - Y_0^-(j) = \hat{\theta}_0(j) / (1 - \hat{\theta}_1(j))$ общего объема информации "за" решение δ_j . Действительно, модель (5)–(8) позволяет для каждого j оценить величину $Y_0^+(j) - Y_0^-(j)$, поэтому естественно проранжировать конкурирующие решения в соответствии с ней.

2. Предварительное разбиение участников экспертной группы (так называемой "тестовой популяции" в терминологии [1]) на однородные по компетентности подгруппы. Этого можно добиться, рассматривая каждого эксперта как точку в плоскости (X, Y) и применяя к полученной таким образом совокупности точек известные методы кластер-анализа (см., например, [5]).

3. Ранжирование экспертов по характеристикам их компетентности. Естественно определить в качестве такой характеристики $\bar{c}_i = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \frac{Y_i^{(j)}}{Y_0^+(j) - Y_0^-(j)}$ – среднюю полноту апостериорного представления эксперта i об информационной значимости доводов "за" при оценке k конкурирующих решений.

В качестве показателей среднего уровня компетентности экспертов на априорном и апостериорном этапах оценивания естественно использовать

$$p_{\text{ср}} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \hat{p}(j) \quad \text{и} \quad \tilde{p}_{\text{ср}} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \hat{\tilde{p}}(j).$$

4. Определение численности экспертной группы, необходимой для достижения заданной точности в оценке общего объема информации "за" анализируемое решение. Действительно, число членов n экспертной группы определяет одновременно объем исходной статистической информации, по которой оцениваются параметры регрессии θ_0 и θ_1 , поэтому, учитывая второе соотношение (7) и используя знание вероятностной природы регрессионных остатков (9), можно поставить и решить задачу об определении такого n_0 , начиная с которого погрешность в оценивании $Y_0^+(j) - Y_0^-(j)$ не будет превосходить заданной величины c с наперед заданной (близкой к единице) вероятностью γ , т.е.

$$P \left\{ \left| \frac{\hat{\theta}_0(j)}{1 - \hat{\theta}_1(j)} - (Y_0^+(j) - Y_0^-(j)) \right| < c \right\} \geq \gamma.$$

5. Организация экстракции знаний экспертов и представление этих знаний в соответствующих базах знаний экспертных систем. Описание механизма формирования априорного и апостериорного мнений в терминах параметров p , $\tilde{p}$, $Y_0^+(j) - Y_0^-(j)$ и m может оказать существенную помощь в построении систем извлечения знаний экспертов и в выборе подходящих способов представления этих знаний в экспертных системах.

5. ЗАМЕЧАНИЯ О МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КОРРЕКТНОСТИ И ПРАКТИЧЕСКОЙ ДЕЕСПОСОБНОСТИ ОБСУЖДАЕМЫХ МОДЕЛЕЙ

Стимулом к построению и анализу предложенной модели послужило изучение [1] и определенная неудовлетворенность имеющимися там модельными натяжками. В частности, непонятно, как содержательно интерпретировать общее число "кусков информации" N , из которых эксперт делает выбор. Нереалистичным представляется и допущение о равенстве $\bar{I}_i$ и $\bar{V}_i$ и соответственно о нулевом значении математического ожидания регрессионного остатка e в (7) (обозначения [1]).

Конечно, в нашей модели, как и в любой другой, – свои натяжки. Главной из них является допущение (i), дополненное независимостью просмотра предъявленных экспертам доводов (см. (iii)), что и позволяет использовать биномиальную схему. Однако преимущество данной модели – в интерпретируемости всех участвующих в ней параметров и их идентифицируемости.

Решающими в оценке дееспособности этих моделей и их прикладных достоинств оказываются, как всегда в таких случаях, результаты их практического использования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Warner S.L., The Overlapping Information Model for Evaluating Summary Information // Proceeding of the Amer. Stat. Association (Social Statistics Section), 1984.
2. Warner S.L. Identifying Rational Opinion-Formation with the Overlapping Information Model // Applied Probability, Stochastic Processes and Sampling Theory. 1987.
3. Warner S.L. Balanced Information: the Pickering Airport Experiment // Rev. Economics and Statistics. 1981. V. LXIII. № 2.
4. Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: исследование зависимостей. М.: Финансы и статистика, 1985.
5. Айвазян С.А., Бухштабер В.М., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: классификация и снижение размерности, М.: Финансы и статистика, 1989.

Поступила в редакцию
19 X 1993