

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТИПОЛОГИИ СЕМЕЙНЫХ НАКОПЛЕНИЙ

© 1994

Чернавский Д.С., Попков Ю.С., Рахимов А.Х.

(Москва)

Построена математическая модель спектра накоплений общества и исследовано ее поведение при различных управляющих воздействиях. Распределение денег в подсистеме общества, семье, как и эволюция ансамбля частиц, может быть описано уравнением Фоккера – Планка. Это позволяет провести качественный анализ и предсказать результаты моделирования, минуя этап вычислений. Предложенный подход применен к модели спектра накоплений в годы застоя.

1. Введение. Спектр накоплений служит очень важной характеристикой общества, без знания которой невозможны какие-либо экономические прогнозы.

В нормальных условиях этот факт часто ускользает из внимания, поскольку спектр стабилен, известен и воспринимается как заданный. Экономические расчеты ведутся на его основе в предположении, что спектр не меняется [1]. В кризисной ситуации он может изменяться быстро и существенно, поэтому его математическое моделирование оказывается эффективным инструментом прогнозирования.

Предлагаемая работа преследует две цели: 1) построить математическую модель спектра накоплений, структура и параметры которой могут быть определены достаточно объективно; 2) исследовать его изменения при вариациях параметров модели, связанных с теми или иными "управляющими воздействиями".

2. Формулировка математической модели. Процедура построения модели складывается из следующих этапов.

1. Выделение относительно автономной подсистемы, в которой внутренние связи будут существенно сильнее взаимодействия с другими аналогичными подсистемами. В нашем случае таким элементом является семья.

2. Выяснение свойств подсистемы и на их основе формирование динамической модели ее поведения (в данной ситуации – уравнения денежного баланса).

3. Определение стационарных состояний для уравнений модели.

4. Исследование поведения подсистемы в шумовом поле, учитывая как аддитивный, так и мультипликативный (параметрический) шум.

5. Получение усредненных по параметрам решений математической модели.

Взаимодействие элементов учитывается методом *самосогласованного поля* [2]. Это означает, что поведение каждой семьи и результаты деятельности всего общества взаимозависимы. В нашем случае величиной, характеризующей самосогласованное поле, является количество товаров, имеющихся в данном обществе.

Динамическую модель поведения семьи будем описывать уравнением

$$\frac{dx}{dt} = P(x) - R(x, w), \quad (1)$$

где x – сумма денег в семье; w – количество продуктов в обществе; $P(x)$ – доходы семьи; $R(x, w)$ – ее расходы.

А. Рассмотрим структуру расходов.

1. Повседневные расходы $R_1(x)$ (поддержание существования, предметы первой необходимости)

$$R_1(x) = C \frac{x}{x + x_0}. \quad (2)$$

При малых x этот член пропорционален x . Если же x велико, то зависимость "выходит на насыщение". Это означает, что даже при большом количестве денег на повседневные расходы не тратится больше, чем нужно.

Коэффициент C в (2) представляет собой максимальные повседневные затраты; x_0 — величина накоплений, обеспечивающая полублагополучное существование (при $x = x_0$ $R_1(x_0) = C/2 = R_{1,\max}/2$). C и x зависят от w антибатно. Кроме того, x тем выше, чем разнообразнее товары.

2. Расходы на аккордное приобретение товаров. Они требуют больших накоплений и не являются предметами первой необходимости. Это — участок земли, собственный дом, автомобиль. Далее будем называть их элитарными товарами. Расходы на них производятся на достижении некоторого порогового значения накопления x_1 и могут быть представлены в виде

$$R_2(x) = B \frac{x - x_1}{(x - x_1) + (x - x_2)} \theta(x, x_1). \quad (3)$$

Это выражение обладает теми же свойствами, что и (2), т.е. элитарные расходы так же насыщаемы. Коэффициент B , аналогично C в (2), соответствует максимальным расходам, при которых все элитарные потребности удовлетворены. Параметр x_2 — количество накоплений, при которых элитарные потребности удовлетворены наполовину. В интервале $2x_2 > x > x_1$ люди могут приобретать элитарные предметы, но не самые дорогие и не всевозможные. Отношение x_2/x_1 связано с соотношением цен: x_2 — цена "среднего" элитарного предмета, x_1 — наиболее дешевого. Это позволяет оценить их отношение. Величина $\theta(x, x_1)$ — пороговая функция. В предельном случае она представляет собой ступеньку

$$\theta(x, x_1) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < x_1, \\ 1, & \text{если } x \geq x_1. \end{cases}$$

Однако в нашей ситуации она может быть несколько размыта и будет задаваться, например, выражением

$$\theta(x, x_1) = \frac{x^8}{x^8 + x_1^8}. \quad (4)$$

3. Расходы на вложение средств в рискованные предприятия. Расходы этого типа могут быть определены как

$$R_3 = A_1 x, \quad (5)$$

где R_3 пропорционально x (чем больше имеют, тем больше вкладывают). Коэффициент A_1 отражает способность данной семьи к риску, т.е. зависит от психологического фактора и степени риска. Распределение людей по способности к риску будем считать заданным и известным.

4. Расходы на поддержание производства и расширение воспроизводства. Они также имеют пороговый характер и могут быть представлены в форме

$$R_4 = D \theta(x, x_3), \quad (6)$$

где x_3 — характерные для крупных предпринимателей накопления.

В нашей стране канал расходов на воспроизводство официально отсутствует. Тем не менее ограничение накоплений сверху реально существует. Оно связано с риском хранения больших сумм и невозможностью их реализации. Определить x_3 в этой ситуации трудно, можно лишь давать экспертные оценки.

Ясно, что пороговые значения удовлетворяют неравенствам

$$x_0 < x_1 < x_2 < x_3. \quad (7)$$

5. Деньги, идущие на выплату налогов. Член, описывающий эту статью расходов, будет определен в пункте В.

Б. Функция доходов $P(x)$ в (1) состоит из двух слагаемых.

а) *Твердые, постоянные доходы*, т.е. заработная плата $-P_1$. Величина P_1 варьирует для разных семей, следовательно, она является распределенным параметром. Распределение по P_1 обычно известно из официальных источников.

б) *Рискованные доходы*. Они представляют собой результат вложений, описываемых R_3 в (5), и поэтому выражены той же формулой

$$P_2 = A_2 x(1 + a_1 \xi(t)), \quad (8)$$

где $a_1 \xi(t)$ – рискованный (случайный, вероятностный) характер этих доходов; $\xi(t)$ – случайная функция, принимающая значения от $+1$ до -1 ; коэффициент a_1 – амплитуда шума; $A_2 x$ – среднее значение рискованных доходов, причем $A_2 x > A_1 x$.

В. Расходы R_5 по выплате налогов задаются соотношением $R_5 = \Phi(P_1 + P_2 - R_3 - R_4)$. Функция $\Phi(z)$ – налогообложение со всех доходов за вычетом расходов на поддержание бизнеса и расширенное воспроизводство. Зададим ее формулой $\Phi(z) = k \bar{z} \theta(\bar{z}, C)$, где коэффициент k – предельное налогообложение; $\bar{z}$ – среднее значение случайной величины z .

В целом динамическое уравнение можно представить в виде

$$\frac{dx}{dt} = \sum_1^2 P_j - \sum_1^5 R_j + g \zeta(t),$$

или

$$\frac{dx}{dt} = (1 - k \theta(\bar{P}, C)) \bar{P} - C \frac{x}{x + x_0} - B \frac{x - x_1}{(x - x_1) + (x_2 - x_1)} \theta(x, x_1) + A_1 a_1 x \xi(t) + g \zeta(t), \quad (9)$$

где $\bar{P} = P_1 + (A_2 - A_1)x - D \theta(x, x_3)$; $\xi(t)$ и $\zeta(t)$ – случайные функции, имитирующие флуктуации. Будем предполагать, что $\xi(t)$ и $\zeta(t)$ – "белые" шумы; коэффициент g – амплитуда внешнего шума $\zeta(t)$.

Уравнение (9) удобно представить в безразмерной форме. Обозначим $x' = x/x_0$. Тогда $x' = 1$ соответствует накоплениям, обеспечивающим полублагополучное существование. Доходы будем измерять величиной C , которая соответствует доходам, покрывающим только повседневные нужды. За единицу времени примем $t_0 = x_0/C$ и введем безразмерное время $t' = t/t_0$. Время t_0 характерно для оборота денег в семье.

В безразмерной форме, где для упрощения обозначений мы опустили штрихи и сохранили за коэффициентами их старые обозначения, (9) имеет вид

$$\frac{dx}{dt} = (1 - k \theta(\bar{P}, 1)) \bar{P} - \frac{x}{x + 1} - B \frac{x - x_1}{(x - x_1) + (x_2 - x_1)} \theta(x, x_1) + A a x \xi(t) + g \zeta(t), \quad (10)$$

где

$$\bar{P} = P + A x - D \theta(x, x_3), \quad (11)$$

3. Метод исследования. Уравнение (10) служит примером динамической системы в

шумовом поле. Методы исследования таких систем развиты сравнительно недавно, но уже широко используются в теории неравновесных фазовых переходов, при анализе сложных бифуркаций и в других областях синергетики [3].

В нашем случае они сводятся к следующему. Соотношение (10) является по существу уравнением типа Ланжевена. Его можно представить также в форме

$$\frac{dx}{dt} = F(x) + G(x, \xi, \zeta) = -\frac{dU}{dx} + G(x, \xi, \zeta), \quad (12)$$

где $F(x) = (1 - k\theta(\tilde{P}, 1))\tilde{P} - \frac{x}{x+1} - B \frac{x - x_1}{(x - x_1) + (x_2 - x_1)} \theta(x, x_1)$,

$$G(x, \xi, \zeta) = Aax\xi(t) + g\zeta(t).$$

Функция $F(x)$ содержит динамическую часть уравнения (10) и может быть записана в виде

$$F(x) = -\frac{dU}{dx}, \quad U(x) = -\int_0^x F(y) dy. \quad (13)$$

Величина $U(x)$ называется *потенциальной функцией* (она же играет роль функции Ляпунова).

Уравнение (12) описывает динамическую систему в присутствии шума как *аддитивного* (член $g\zeta(t)$), так и *мультипликативного* ($Aax\xi(t)$). Это значит, что амплитуда шума в разных областях x различна: мала при малых и велика при больших x . Основную роль величина шума играет в точках минимума потенциала.

В случае, когда барьер между минимумами потенциала достаточно велик (по сравнению с шумом), можно использовать традиционную технику исследования уравнения Ланжевена [3, 4].

В отсутствие шума (при $G(x, \xi, \zeta) = 0$) стационарные решения уравнения (12) отвечают точкам x , в которых $F(x) = 0$, или, что то же, потенциальная функция имеет экстремум. Стационарные состояния, соответствующие минимумам потенциала $U(x)$, устойчивы, а отвечающие его максимумам — неустойчивы.

Уравнение (12) определяет эволюцию денег в семье. Однако не меньший интерес представляет функция $\rho(x, t)$ их распределения. Она подчиняется уравнению Фоккера — Планка

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial U}{\partial x} \rho \right) + \frac{\sigma^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \rho, \quad (14)$$

где $\sigma = Aax + g$, которое вытекает из уравнения Ланжевена (12).

Стационарное распределение $\rho(x)$ является решением уравнения (14) при условии $\partial \rho / \partial t = 0$ и имеет форму

$$\rho(x) = N \exp(-2U(x) / \sigma^2), \quad (15)$$

где параметр σ равен амплитуде шума G ; N — нормировочный коэффициент, определяемый из $N \int \rho(x) dx = 1$.

Вблизи минимума потенциала последний представим в виде $U(x) = \chi(x - \bar{x})^2$, где $\bar{x}$ — положение минимума (так называемые гармонические колебания). Тогда распределение имеет гауссову форму

$$\rho(x) = \sqrt{\chi\pi / 2\sigma^2} \exp(-2\chi(x - \bar{x})^2 / \sigma^2), \quad (16)$$

где 2χ — кривизна потенциала в точке минимума.

В случае, когда $U(x)$ имеет несколько минимумов, стационарное распределение содержит несколько горбов и описывается выражением (15). Если *барьеры потенциала* $\Delta U^\#$ достаточно велики по сравнению с шумом: $\Delta U^\# \gg \sigma^2$, можно воспользоваться приближенным методом и представить $\rho(x)$ в виде суммы нормальных распределений

$$\rho(x) = N \sum_i \sqrt{\chi_i \pi / 2 \sigma_i^2} \exp[(-2\chi_i(x - \bar{x}_i)^2 - 2U_i) / \sigma_i^2], \quad (17)$$

где σ_i связано соотношением (14) с амплитудой шума в каждой яме; $\bar{x}_i$ – координата i -го минимума; U_i – его высота.

Удобно ввести понятие *заселенности* i -й потенциальной ямы, которая равна

$$\rho_i(x) = N \sqrt{\chi_i \pi / 2 \sigma_i^2} \int_0^\infty \exp \frac{-2\chi_i(x - \bar{x}_i)^2 - 2U_i}{\sigma_i^2} dx. \quad (18)$$

Заселенность – число элементов (семей) в группе вблизи i -го минимума.

Отметим, что (12) описывает поведение броуновской частицы в потенциале $U(x)$ при температуре $k_B T = \sigma^2/2$, где k_B – постоянная Больцмана. Соответственно, уравнение Фоккера – Планка (14) определяет эволюцию ансамбля частиц (или молекул газа) в поле сил с потенциалом $U(x)$. Эта аналогия позволяет, используя богатый опыт, накопленный в физике, проводить качественный анализ модели и предвидеть результаты, минуя сложные вычисления.

4. Пример работы модели. (Структура общества во времена застоя.) В качестве иллюстрации работы модели рассмотрим спектр накоплений во времена застоя. Для этого обсудим значения параметров и дадим их оценки.

В качестве нормировочных коэффициентов x_0 и t_0 выберем $x_0 = 300$ руб. и $t_0 = 1$ мес. При этом $C = x_0/t_0 = 300$ руб/мес.

Величина P (зарботная плата) – распределенный параметр. Из (12) видно, что имеется его критическое значение: $P_{cr} = 1$. При $P > 1$ зарботная плата P с избытком покрывает все повседневные расходы. Если $P < 1$, то они удовлетворяются не полностью, их приходится ограничивать.

Коэффициент A (степень риска) тоже является распределенным параметром. Примем его минимальное значение равным $A_{\min} = 0,003$. Этому соответствуют доходы по вкладам в сбербанке порядка 0,3% в месяц, или $\approx 3\%$ в год. С риском эти доходы не связаны. Пусть $A_{\max} \approx 0,3$ (т.е. 30% в год, что считается близким к росту-щичеству).

Вычислим стационарное распределение $\rho(x)$, пользуясь выражением (16) при различных значениях P и A , и затем усредним результат по распределениям этих параметров. Для иллюстрации работы модели несколько упростим задачу. Рассмотрим четыре варианта при определенных, характерных значениях коэффициентов P , A и результаты сложим с соответствующими весами.

Введем разбиение населения на следующие группы.

1. Низкооплачиваемые, не активные семьи; для них примем $P = 0,5$ и A и $A_{\min} = 0,003$.

2. Низкооплачиваемые, но активные ($P = 0,5$; $A = A_{\max} = 0,03$).

3. Высокооплачиваемые, но не активные ($P = 2$; $A = A_{\min} = 0,003$).

4. Высокооплачиваемые и активные ($P = 2$; $A = A_{\max} = 0,03$).

Остальные, нераспределенные параметры, общие для всех вариантов, выбраны из следующих соображений.

Величина x_1 – минимальная цена элитарного товара, $x_1 = 50$ $x_0 = 15\,000$ руб (безразмерное значение $x_1 = 50$). За среднюю цену элитарного товара принят $x_2 = 110$ $x_0 = 33\,000$ руб. Коэффициент k предельного налогообложения положен равным 0,3.

Параметр B – среднемесячные затраты на элитарные товары – должен быть того же порядка, что и величина доходов при $x = x_2$ в группах активных людей, т.е. $B = A_{\max} x_2 = 3,3$. Но из условия баланса для группы 3

$$\sum_1^2 P_j(\bar{x}) - \sum_1^5 R_j(\bar{x}) = 0,$$

где $\bar{x}$ – стационарное значение для группы 3 ($x_1 < \bar{x} < x_2$, $\bar{x} \approx 60x_0$), $B \approx 2$. Несмотря на различие подходов, оценки параметра B приводят к близким величинам, поэтому и принято $B = 3$.

Положим $x_3 = 1000x_0$ и $D = 70$ (параметр D должен удовлетворять неравенству $D \geq Ax_3$). Как мы покажем ниже, их численные оценки не очень существенны, поскольку в этой области накоплений распределение нестационарно.

Амплитуды шумов $g = 2$ и $a = 0,5$ (так что $A_{\max} \bar{x} a \approx 1$).

На рис. 1 приведены график потенциала $U(x)$, стационарное распределение $\rho(x)$ и функция $f(x) = \chi\rho(x)$ для первого варианта; $f(x)$ дает представление, в какой области x сосредоточены накопления. В этом случае при $\bar{x}_1 = 1$ потенциал имеет один минимум, а функция $\rho(x)$ – один максимум. Так же сосредоточены накопления.

На рис. 2 изображены те же графики для варианта 2 в интервале $0 \leq x \leq 100$. На этом интервале $U(x)$ имеет два минимума и функция $\rho(x)$ – два максимума, причем первый расположен при $\bar{x}_1 = 1$, т.е. там же, где и в варианте 1. Второй находится в точке $\bar{x}_2 \approx (x_1 + x_2)/2 \approx 70$. Минимумы потенциала расположены примерно на одинаковой глубине; барьер между ними порядка $\Delta U^{\#} \approx 4$. Амплитуда шума во втором минимуме выше, поэтому полуширина максимума $\rho(x)$ при $\bar{x}_2$ больше, чем при $\bar{x}_1$. Заселенности $(18) \rho_1^{(2)}$ и $\rho_2^{(2)}$ для этих ям приблизительно одного порядка. Функция $f(x) = \chi\rho(x)$ в основном сосредоточена в области $x \approx x_2$, т.е. в нее основной вклад дает группа $\rho_2^{(2)}$.

Отметим, что в варианте 2 имеется третий минимум потенциала при $x \approx \bar{x}_3$. Его глубина порядка $U_{3,\min} \approx 10^4$, т.е. он существенно глубже, чем первые два. Этот минимум отделен очень высоким барьером $\Delta U_{2,3}^{\#} = 330$. В случае, когда распределение $\rho(x)$ полностью стационарно, заселенность третьего минимума $\rho_3^{(2)}$ должна быть гораздо больше, чем $\rho_1^{(2)}$ и $\rho_2^{(2)}$. Однако такая ситуация совершенно нереальна, и в действительности его заселенность гораздо меньше.

На рис. 3 представлены те же функции для третьего варианта, когда имеется один минимум потенциала при $\bar{x} \approx 60$, т.е. в той же области, что и второй минимум варианта 2. Первый минимум при $\bar{x} = 1$ отсутствует, поскольку $P = 2 > 1$. Третьего минимума при $\bar{x} \approx x_3$, также нет, так как коэффициент активности мал ($A = 0,003$).

В варианте 4 при упомянутых параметрах имеется только один минимум в точке $\bar{x} \approx x_3$. На рисунке он не представлен.

Отметим, что для малых вариаций параметров свойства вариантов сохраняются. Если же их изменения достаточно велики, то могут происходить качественные метаморфозы. Бифуркационные значения параметров можно оценить следующим образом.

Существование первого максимума $\rho(x)$ при $\bar{x} \approx 1$ зависит только от параметра P . При $P < 1$ он имеет место. Если $P > 1$, то этот максимум исчезает и распределение перетекает в область второго максимума при $\bar{x} \approx x_1, x_2$. Параметрическая область существования второго максимума для $\rho(x)$ при $\bar{x} \approx x_1, x_2$ зависит от A, k, B , а также x_1 и x_2 .

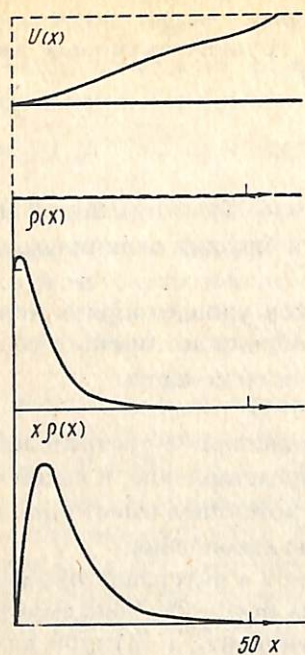


Рис. 1

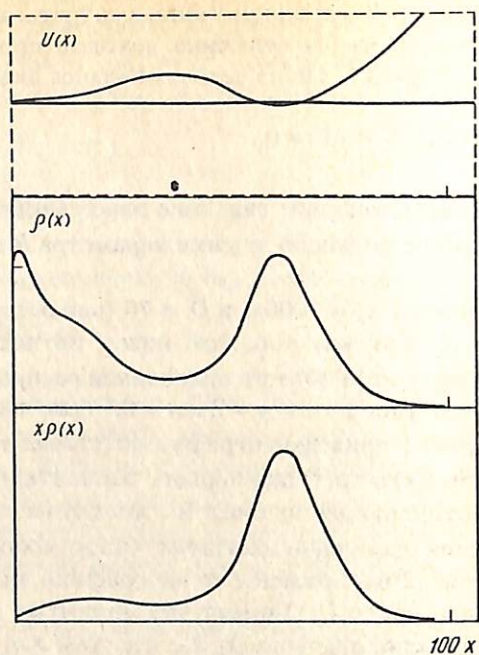


Рис. 2

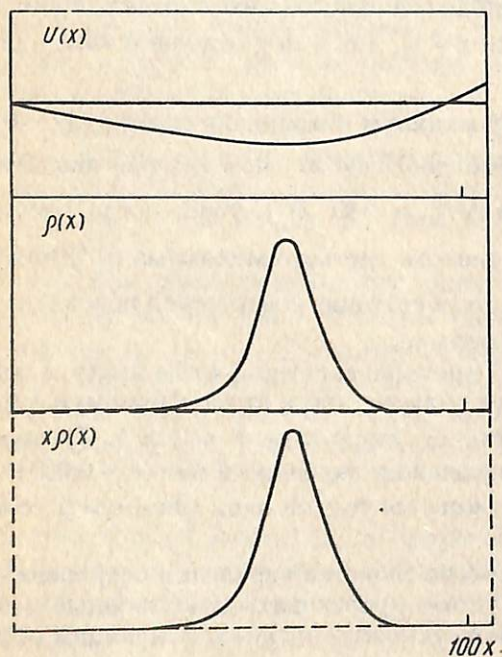


Рис. 3

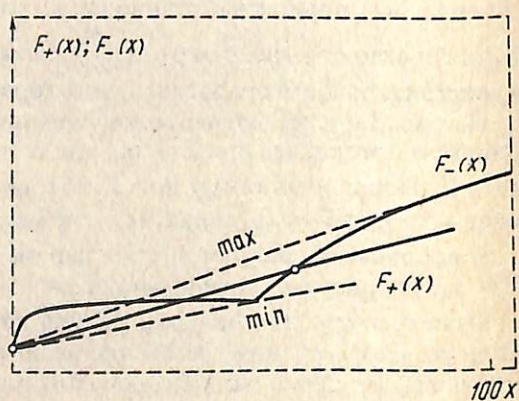


Рис. 4

На рис. 4 представлены функции $F_+(x)$ и $F_-(x)$ для варианта 2

$$F_+(x) = (P + Ax)(1 - k),$$

$$F_-(x) = \frac{x}{1+x} + B \frac{x - x_1}{(x - x_1) + (x_2 - x_1)} \theta(x, x_1) + (1 - k) D \theta(x, x_3).$$

Кружками обведены точки, соответствующие минимумам потенциала. Пунктирные линии отвечают бифуркациям. Так, при параметрах, соответствующих пунктирной линии, обозначенной символом $\max$, исчезает второй минимум, и все распределение перекачивается в третью группу, для которой $\bar{x} \approx x_3 = 1000$. Это имеет место при больших значениях A либо при малых k . Точнее, бифуркационной является комбинация параметров

$$K_{\max} = [(1 - k)(P - A(2x_2 - x_1)) - B - 1]^2 - 4A(1 - k)[Bx_1 - (2x_2 - x_1)(P(1 - k) - 1)].$$

Если $K_{\max} > 0$, то второй максимум $\rho(x)$ существует, при $K_{\max} < 0$ распределение $\rho(x)$ перетекает в область $x \approx x_3$.

Пунктирной линии $\min$ соответствует комбинация параметров $K_{\min} = (1 - k)(Ax_1 + P) - 1$; при $K_{\min} < 0$ второй и третий максимумы распределения $\rho(x)$ отсутствуют, остается реально только первый ($\bar{x}_1 = 1$).

Таким образом, группа $\rho_2^{(2)}$ существует только, если параметры (в частности, A и k) находятся в определенных пределах. Так, при $k \geq 0,4\rho_2^{(2)}$ исчезает и перетекает в $\rho_1^{(2)}$: то же происходит, если $A < 0,01$. При $A > 0,033$ группа $\rho_2^{(2)}$ также исчезает и перетекает в область $x \approx x_3$.

Для получения усредненных параметров решения, с помощью которых можно обосновать выбор весовых коэффициентов $v^{(1)}, v^{(2)}, v^{(3)}$, обсудим социальный состав групп $\rho^{(1)}, \rho_1^{(2)}, \rho_2^{(2)}$ и $\rho^{(3)}$.

1. В группу $\rho^{(1)}$ входит основная масса населения, оценить которую можно, например, следующим способом.

Доля семей, имеющих заработную плату P ниже верхнего уровня повседневных затрат, составляет примерно 80%, из них активных и склонных к риску порядка 20%. Таким образом, доля людей, входящих в группу $\rho^{(1)}(v^{(1)})$, примерно 60% от общего $v^{(1)} = 0,6 - 0,7$.

2. Вариант описывает низкооплачиваемых, но активных людей, для которых $P_1 = 0,5$; $A = 0,03$; $x_3 = 1000$.

Профессиональный состав группы $\rho_1^{(2)}$ такой же, что и в $\rho^{(1)}$: это низкооплачиваемые рабочие, крестьяне и служащие.

Профессиональный состав группы $\rho_2^{(2)}$ более однороден. Это преимущественно работники системы снабжения и торговли. Точнее, все руководящие работники торговли (начиная с директора магазина или торговой точки) принадлежат группе $\rho_2^{(2)}$.

В целом сумма людей, входящих в группы второго варианта, составляет 20–30% от общего населения ($v^{(2)} \approx 0,2 + 0,3$).

3. Вариант описывает высокооплачиваемых, но не склонных к риску людей. Группа $\rho^{(3)}$ включает рабочих, крестьян и служащих, отличающихся высокими способностями (трудопособностью), но предпочитающих жить "честно". Доля таких людей около 10% ($v^{(3)} \approx 0,1$).

4. Вариант описывает высокооплачиваемых и активных, склонных к риску людей. Их число невелико, порядка нескольких процентов от населения всей страны.

Из изложенного следует, что наиболее важны группы в пределах $x \approx 30+70$: $\rho_2^{(2)}$, $\rho^{(3)}$. Их общим признаком является наличие элитарного имущества: оно же определяет их интересы.

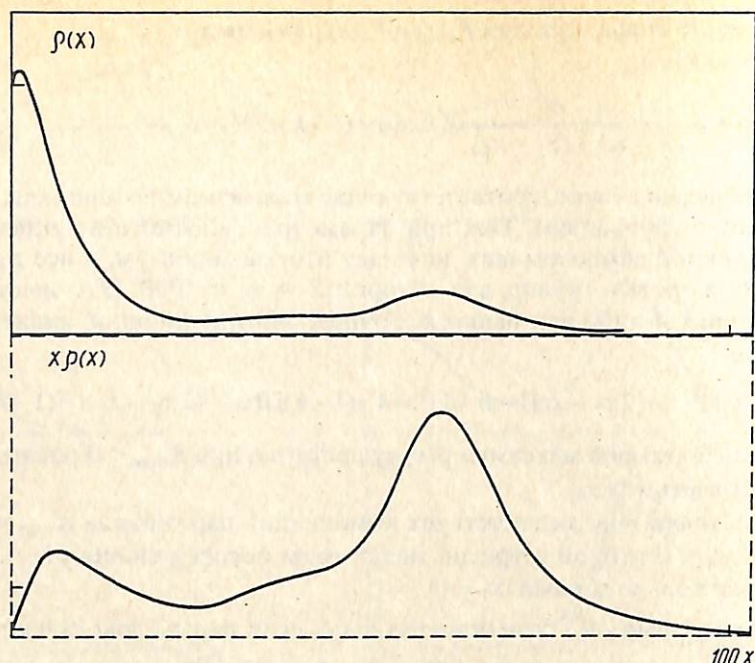


Рис. 5

На рис. 5 представлено суммарное стационарное распределение $\rho(x)$ в интервале $0 < x < 100$; $\rho(x) = v^{(1)}\rho^{(1)}(x) + v^{(2)}\rho^{(2)}(x) + v^{(3)}\rho^{(3)}(x)$. Весовые коэффициенты $v^{(1)} = 0,7$; $v^{(2)} = 0,2$; $v^{(3)} = 0,1$. Там же показана плотность накоплений, т.е. функция $x\rho(x)$.

Заметим, что $\rho(x)$ имеет два максимума: $x \approx 1$ и $x \approx 70$. Заселенность первого существенно выше второго ($\rho_1 \approx 85$, $\rho_2 \approx 15$). Тем не менее соотношение накоплений таково, что в первой группе содержится 20 и во второй 80%. Группы сильно раздвинуты, так что максимумы отличаются примерно в 70 раз.

Ничего необычного нет в том, что малая часть населения владеет основной массой денег: в большинстве стран эта пропорция примерно такая же. Более существенна другая особенность распределения $\rho(x)$, а именно его бимодальность, наличие двух горбов. В развитых странах эта структура унимодальна и горб соответствует так называемому среднему классу. Из предположений, на которых основывается модель, следует, что в нашем обществе в период застоя средний класс отсутствовал.

Бимодальность $\rho(x)$ очень существенна при анализе социальных процессов в обществе (последствий изменений в ценообразовании и т.д.). Есть основания ожидать, что в результате последних событий в нашей стране структура общества осталась другорбой, но правый горб потерял стабильность и движется вправо.

ЛИТЕРАТУРА

1. Римашевская Н.М., Овсянников А.А. Потребительское поведение населения: теория и результаты моделирования // Экономика и мат. методы. 1981. Т. XVII. Вып. 6.
2. Стенли Г. Фазовые переходы и критические явления. М.: Мир, 1973.
3. Хакен Г. Информация и самоорганизация. М.: Мир, 1991.
4. Хорстхемке В., Лефевр Р. Индуцированные шумом переходы. М.: Мир, 1987.

Поступила в редакцию
6 IV 1992