

ОТРАСЛЕВЫЕ ПРОБЛЕМЫ

СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТОРГОВ НА МОСКОВСКОЙ МЕЖБАНКОВСКОЙ ВАЛЮТНОЙ БИРЖЕ

© 1994 г. Лукашин Ю.П., Лушин А.С.

(Москва)

Предложена методика построения модели валютных торгов, позволяющей прогнозировать курс доллара к рублю на основе предварительных заявок на покупку и продажу валюты с учетом возможных вариантов интервенции Центрального Банка России.

1. ЦЕЛИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Актуальность построения модели валютных торгов объясняется важностью курса доллара по отношению к рублю для всей экономики России, поскольку последний котируется Центральным Банком России (ЦБР) в качестве официального валютного курса.

В рамках эконометрического исследования валютного рынка внимание сосредоточено на механизмах формирования курса рубля на торгах Московской межбанковской валютной биржи (ММВБ). В нашем распоряжении имелась статистическая информация за январь – ноябрь 1992 г.

Основные цели работы:

а) исследовать статистическую зависимость динамики курса от спроса и предложения валюты со стороны коммерческих банков, а также интервенции ЦБР на торгах ММВБ;

б) рассмотреть теоретические модели торгов и построить методику, позволяющую: отобрать модели, наиболее перспективные с точки зрения адекватности их реальным статистическим данным, оценить параметры этих моделей с помощью статистических методов и выбрать лучшие из них для практической деятельности экспертов ММВБ и ЦБР;

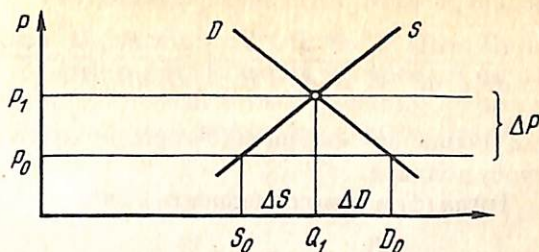
в) использовать модели для оценивания курса доллара на предстоящих валютных торгах на основе начального спроса и предложения коммерческих банков с учетом возможных вариантов участия ЦБР.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ВАЛЮТНЫХ ТОРГОВ

Начнем с теоретического анализа, выявления основных количественных соотношений между спросом, предложением и курсом доллара к рублю.

Пусть накануне торгов сформировалось начальное предложение долларов к продаже S_0 и начальный спрос D_0 при цене (курсе) P_0 , установившейся на предыдущих торгах (см. рис. 1). Разность $D_0 - S_0$ характеризует дефицит долларов на торгах, который должен быть устранен путем регулирования цены доллара, т.е. корректировки его курса. Цена, при которой наступает равенство спроса и предложения, называется равновесной (P_1 на рис. 1).

Рис. 1. Спрос и предложение долларов как функции курса: S_0 – предложение долларов на начало торгов при курсе P_0 ; D_0 – заявки на покупку долларов на начало торгов при курсе P_0 ; P_0 – курс доллара в рублях, сложившийся на предыдущих торгах; P_1 – новый равновесный курс доллара; Q_1 – объем продаж в равновесной точке; $\Delta P = P_1 - P_0$, $\Delta D = Q_1 - D_0$, $\Delta S = Q_1 - S_0$



На рис. 1 зависимости предложения и спроса от цены упрощенно представлены линейными функциями. Переход от P_0 к равновесной цене P_1 описывается так

$$S_0 + \Delta S = D_0 + \Delta D,$$

или

$$\Delta S - \Delta D = D_0 - S_0. \quad (1)$$

Прирост предложения ΔS можно аппроксимировать как

$$\Delta S = \frac{dS}{dP} \Delta P, \quad (2)$$

а прирост спроса ΔD

$$\Delta D = \frac{dD}{dP} \Delta P. \quad (3)$$

Подставляем (2) и (3) в (1)

$$\frac{dS}{dP} \Delta P - \frac{dD}{dP} \Delta P = D_0 - S_0. \quad (4)$$

Преобразуем (4)

$$\left(\frac{dS}{dP} - \frac{dD}{dP} \right) \Delta P = D_0 - S_0, \quad (5)$$

откуда

$$\Delta P = \frac{1}{\left(\frac{dS}{dP} - \frac{dD}{dP} \right)} (D_0 - S_0). \quad (6)$$

Из (6) видим, что $A = 1/(\frac{dS}{dP} - \frac{dD}{dP})$ характеризует связь скачка курса с дефицитом долларов на торгах. Если верна гипотеза о линейной зависимости предложения и спроса от цены, то $\frac{dS}{dP} = \text{const}$, $\frac{dD}{dP} = \text{const}$ и, как следствие, $A = \text{const}$. Тогда (6) можно исследовать методами регрессионного анализа, и в частности оценить регрессию вида

$$\Delta P_t = A(D_{0t} - S_{0t}) + \varepsilon_t, \quad (7)$$

где t – номер или дата торгов (пусть $t = 1, \dots, T$, где T – объем выборки); ε_t – случайная ошибка уравнения для торгов t .

В экономических исследованиях при изучении зависимостей между переменными часто рассматривают не сами производные, а эластичности. Преобразуем (6) с тем, чтобы ввести в него эластичности предложения и спроса по цене доллара. С этой

целью рассмотрим сначала знаменатель

$$\frac{dS}{dP} - \frac{dD}{dP} = \left(\frac{dS}{S} \frac{P}{dP} \right) \frac{S}{P} - \left(\frac{dD}{D} \frac{P}{dP} \right) \frac{D}{P} = \frac{a_1 S_0 - a_2 D_0}{P_0}, \quad (8)$$

где 0 означает «на начало торгов»; a_1 и a_2 — эластичности предложения и спроса по курсу доллара.

Тогда (6) можно переписать в виде

$$\Delta P = \frac{P_0}{a_1 S_0 - a_2 D_0} (D_0 - S_0). \quad (9)$$

Если принять, что эластичности постоянны

$$a_1 = \text{const}, \quad a_2 = \text{const}, \quad (10)$$

то их оценки можно получить статистически, рассматривая (9) как регрессионное уравнение. Для его оценки имеются два способа: 1) оценивание нелинейной по параметрам регрессии; 2) преобразование (9) к линейному виду

$$D_0 - S_0 = a_1 \frac{\Delta P}{P_0} S_0 - a_2 \frac{\Delta P}{P_0} D_0. \quad (11)$$

Легко видеть, что у регрессии (11) оценки a_1 и a_2 будут иметь большие ошибки из-за очевидной коллинеарности регрессоров. Поэтому предпочтительнее получать оценки нелинейными методами.

Рассмотрим, что означает гипотеза о постоянстве эластичностей на примере предложения. Для спроса результат аналогичен. Имеем

$$\frac{dS}{S} \bigg/ \frac{dP}{P} = c_1 = \text{const}. \quad (12)$$

Отсюда

$$\frac{dS}{S} = c_1 \frac{dP}{P} \quad (13)$$

или

$$\frac{dS}{dP} = c_1 \frac{S}{P}. \quad (14)$$

Это означает, что производная предложения по цене не является более постоянной; она изменяется пропорционально отношению предложения к цене. Преобразуем (13) к виду $d(\ln S) = c_1 d(\ln P)$. Отсюда интегрированием обеих частей равенства получаем $\ln S = c_1 \ln P + \text{const}$ или

$$S = c_2 P_1^{c_1}. \quad (15)$$

Полученный результат свидетельствует о том, что гипотеза о постоянстве эластичностей эквивалентна гипотезе о степенной зависимости предложения (и спроса) от цены. Изменение предложения (и спроса) для перехода от первоначальной P_0 к новой равновесной цене P_1 можно найти так

$$\Delta S = c_2 (P_1^{c_1} - P_0^{c_1}). \quad (16)$$

Таким образом, в этом случае зависимость предложения и спроса от цены уже не является линейной. Действительно, более вероятно, что зависимости спроса и предложения от цены криволинейны и, возможно, не постоянны во времени. Поэтому

целесообразно попытаться аппроксимировать эти зависимости известными функциями и выбрать из них наилучшую пару для отражения предложения и спроса и на их основе построить модель торгов. В качестве таких известных функций возьмем параболу второго порядка ($F1$), гиперболу ($F2$), логарифмическую зависимость ($F3$), экспоненту ($F4$) и степенную функцию $F(5)$. Тогда

$$F1(P) = a_0 + a_1 P + a_2 P^2, \quad (17)$$

$$F2(P) = a_0 + a_1 \frac{1}{P}, \quad (18)$$

$$F3(P) = a_0 + a_1 \ln(P), \quad (19)$$

$$F4(P) = a_0 + a_1 \exp(a_2 P), \quad (20)$$

$$F5(P) = a_0 + a_1 P^{a_2}, \quad (21)$$

где a_0, a_1, a_2 – постоянные параметры.

Основным равенством для построения модели торгов по-прежнему служит (1), где присутствуют не сами функции, а приросты предложения и спроса, приводящие первоначальную цену P_0 к новому равновесному значению P_1 . Приросты функций (17) – (21) будем описывать с помощью следующего приближенного равенства (формула дифференциала):

$$\Delta F \approx \frac{dF}{dP} \Delta P, \quad (22)$$

где $\Delta P = P_1 - P_0$. Используя это соотношение построим, например, модель торгов на базе (1) при гипотезе, что спрос отражается логарифмической функцией, а предложение – экспоненциальной

$$\Delta S - \Delta D = D_0 - S_0,$$

$$S = b_1 \exp(b_2 P), \quad \Delta S \approx b_2 \Delta P S_0,$$

$$D = a_0 + a_1 \ln(P), \quad \Delta D \approx a_1 \frac{\Delta P}{P_0},$$

где a_1 и b_2 – постоянные параметры. После подстановки ΔS и ΔD в (1) имеем $b_2 \Delta P S_0 - a_1 (\Delta P / P_0) = D_0 - S_0$. Отсюда $\Delta P = (1 / (b_2 S_0 - a_1 / P_0)) (D_0 - S_0)$, или, переобозначив параметры для упрощения записи $\Delta P = (P_0 / (\beta S_0 P_0 - \alpha)) (D_0 - S_0)$.

Открытым остается лишь вопрос об интервенции ЦБР и ее учете в модели. До сих пор мы считали, что спрос и предложение формируются свободно без вмешательства ЦБР. Роль ЦБР на торгах можно учесть следующим образом.

Будем считать, что интервенция ЦБР (обозначим ее I) увеличивает предложение до величины $(S_0 + I)$, если ЦБР продает валюту. Причем в качестве интервенции будем рассматривать фактически реализованный объем продаж или покупок ЦБР, а не его первоначальную заявку. Поскольку ЦБР на торгах играет регулируемую роль, его реакция на рост или падение курса коренным образом отличается от действия обычного участника торгов. Интервенцию ЦБР можно также рассматривать как погашение части или всего первоначального спроса. В этой интерпретации назовем $(D_0 - I)$ реальным или эффективным спросом, действующим на торгах на уровень курса доллара. Так или иначе в модели вместо $(D_0 - S_0)$ для учета интервенции ЦБР используем $(D_0 - S_0 - I)$, где интервенция $I > 0$, если ЦБР продает доллары, и $I < 0$, если ЦБР покупает и тем увеличивает эффективный спрос.

Окончательно модель принимает вид

$$\Delta P = \frac{P_0}{\beta S_0 P_0 - \alpha} (D_0 - S_0 - I). \quad (23)$$

Множество вариантов сочетания различных функций для аппроксимации спроса и предложения порождает множество возможных моделей торгов. Все они могут быть обобщенно представлены как

$$\Delta P = A(D_0 - S_0 - I), \quad (24)$$

где A – коэффициент пропорциональности, который не является постоянным и сам зависит от некоторых переменных (см. разд. 4, табл. 2 и 3). Однако нецелесообразно строить и исследовать все эти модели. Необходимо выделить те из них, от которых можно надеяться получить хороший результат. Для этого проведено предварительное исследование с целью выявить наиболее подходящие функции для аппроксимации спроса и предложения.

3. АНАЛИЗ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

Разбиение на подвыборки. Предварительный анализ статистических данных о торгах на ММВБ свидетельствует о том, что механизм формирования курса существенно различается в зависимости от того, происходит ли его рост или снижение. В связи с этим целесообразно строить модели отдельно для падающего и растущего курсов, поскольку «усредненная» модель может привести к большим ошибкам при прогнозировании.

Соответственно на основе исходных данных о торгах ММВБ за январь–ноябрь 1992 г. были сформированы две подвыборки: 1) для растущего курса $\Delta P > 0$, и 2) для падающего курса $\Delta P < 0$. Торги, на которых курс не менялся ($\Delta P = 0$), были исключены из рассмотрения. Кроме того, из подвыборки 1) были исключены два наблюдения с резким ростом курса, относящиеся к январю–февралю 1992 г. и вызванные паническим состоянием рынка. Что касается подвыборки 2), то здесь были исключены 12 точек, для которых характерно неэластичное поведение предложения ($\Delta S = 0$) и сверхэластичный спрос. Данные торги относились в основном к первой половине года и сопровождались массированными интервенциями ЦБР при незначительном снижении курса.

При формировании подвыборок следовало также учесть, что валютный рынок России функционировал в 1992 г. в двух разных режимах: множественных курсов (до 1 июля) и единого курса (после 1 июля). Это нашло отражение в характере торгов на ММВБ и было исследовано нами для случая растущего курса (для падающего после 1 июля было слишком мало наблюдений).

Приведем перечень выборок, для которых проводились статистический анализ и оценивание регрессионных моделей.

Растущий курс (выборка 1)

- 1.1 – март–ноябрь 1992 г. – 34 точки;
- 1.2 – июль–ноябрь – 28 точек;
- 1.3 – сентябрь–ноябрь – 17 точек;
- 1.4 – октябрь–ноябрь – 11 точек.

Падающий курс (выборка 2)

- 2.1 – январь–ноябрь 1992 г. – 26 точек;
- 2.2 – январь–июнь – 21 точка.

В принципе для падающего курса было бы желательно построить выборку для случая отрицательных интервенций ЦБР, т.е. когда ЦБР покупал валюту для уменьшения амплитуды падения курса. Таких наблюдений (за сентябрь – ноябрь) в нашем распоряжении было всего четыре. Этого недостаточно для статистического оценивания.

Таблица 1

Статистический анализ зависимости спроса и предложения от курса при $\Delta P > 0$

Зависимость от курса	Уравнение для приростов	Выборка 1.1			Выборка 1.2		
		R^2	α	t_α	R^2	α	t_α
		Спрос					
Линейная	$\Delta D = \alpha \Delta P$	0,775	-0,53	10,7	0,774	-0,52	9,6
Логарифмическая	$\Delta D = \alpha D_0 \Delta P / P_0$	0,871	-123,0	14,9	0,897	-131,8	15,3
Экспоненциальная	$\Delta D = \alpha D_0 \Delta P$	0,737	-0,0074	9,6	0,764	-0,0072	9,3
Степенная	$\Delta D = \alpha D_0 \Delta P / P_0$	0,837	-1,79	13,0	0,853	-1,78	12,5
Параболическая	$\Delta D = \alpha \Delta P + \beta \Delta P P_0$	0,870	$\alpha = -1,1$ $\beta = 0,002$	8,9	0,882	$\alpha = -1,184$ $\beta = 0,002$	8,3
Гиперболическая	$\Delta D = -\alpha \Delta P / P_0^2$	0,780	204447	4,8	0,881	26355	4,9
				10,8	0,881		14,2
		Предложение					
Линейная	$\Delta S = \alpha \Delta P$	0,601	0,141	7,1	0,647	0,152	7,0
Логарифмическая	$\Delta S = \alpha S_0 \Delta P / P_0$	0,442	26,4	5,1	0,555	33,4	5,8
Экспоненциальная	$\Delta S = \alpha S_0 \Delta P$	0,624	0,0062	7,4	0,625	0,0062	6,7
Степенная	$\Delta S = \alpha S_0 \Delta P / P_0$	0,567	1,51	6,6	0,568	1,52	6,0
Параболическая	$\Delta S = \alpha \Delta P + \beta \Delta P P_0$	0,631	$\alpha = 0,045$ $\beta = 0,004$	0,7	0,655	$\alpha = 0,1$ $\beta = 0,0002$	1,2
Гиперболическая	$\Delta S = -\alpha \Delta P / P_0^2$	0,254	-3508	1,6	0,406	-5729	0,8
				3,3			4,3

Корреляционный анализ. Самые общие представления о характере взаимосвязи курса со спросом и предложением можно получить, рассмотрев корреляционные матрицы, содержащие коэффициенты корреляции представленных в них показателей. Соответствующие матрицы для растущего и падающего курсов позволили сделать следующие предварительные выводы.

В случае $\Delta P > 0$ – достаточно высокая корреляция между изменениями спроса и предложения банков в ходе торгов и изменениями курса. При этом спрос в большей степени реагирует на относительный прирост курса, а предложение – на его абсолютное изменение; связь с курсом более тесная у спроса, нежели у предложения. Кроме того, прослеживается достаточно высокая зависимость изменений курса от дефицита валюты на торгах, что подтверждает правильность рассмотренных в разд. 2 теоретических моделей.

При $\Delta P < 0$ связь между изменениями спроса, предложения и курса выражена менее отчетливо и лучше прослеживается для предложения. Другой вывод состоит в том, что в ходе торгов банки в большей степени ориентируются на абсолютное снижение курса, нежели на его относительное падение. Зависимость величины падения курса от избытка валюты на торгах также имеет место, хотя и не такая тесная, как в случае $\Delta P > 0$. В целом можно заключить, что в силу высокой степени неопределенности механизм падения курса хуже поддается количественному описанию, чем его рост.

4. МОДЕЛИ ТОРГОВ ДЛЯ РАСТУЩЕГО КУРСА

Зависимость спроса и предложения от курса. Дальнейшее исследование зависимости спроса и предложения от курса заключалось в подборе кривых, наилучшим образом описывающих данные взаимосвязи. Этот подбор заключался в поиске наилучшего уравнения для приростов, причем тип уравнений вытекал из аналитического вида рассматриваемых функций. Результаты статистического оценивания для двух выборок с растущим курсом приведены в табл. 1.

Наилучшие кривые отбирались по величине коэффициента детерминации R^2 , а также значимости параметров α и β , определяемой по величине t -статистики. Как следует из табл. 1, для спроса лучшими функциями являются логарифмическая, параболическая и гиперболическая, а для предложения – линейная, экспоненциальная и параболическая. Этот вывод вполне согласуется с данными корреляционного анализа, поскольку в полученных функциях (за исключением параболы) изменение спроса зависит от темпа, а предложения – от абсолютного прироста курса.

Возможные модели торгов. На основе выявленных лучших кривых можно сформировать конкретные модели динамики курсов, общий вид которых задается соотношением (24), а конкретное выражение для параметра A вытекает из функций спроса и предложения. Перечень этих моделей приводится в табл. 2, а их аналитическое выражение – в табл. 3.

Таблица 2

Возможные модели торгов

Характер зависимости от курса					
Спрос	Предложение				
	линейное	логарифмическое	экспоненциальное	степенное	параболическое
Линейный	Модель 1				
Логарифмический	Модель 2	Модель 3	Модель 4	Модель 5	
Экспоненциальный			Модель 6		
Степенной	Модель 7		Модель 8	Модель 9	
Параболический					Модель 10
Гиперболический	Модель 11		Модель 12	Модель 13	

Модели для статистического оценивания*

Модель	Зависимость предложения от курса доллара	Зависимость спроса от курса доллара	Оцениваемая регрессия
1	Линейная	Линейная	$\Delta P = \frac{1}{\beta - \alpha} (D_0 - S_0 - I)$
2	Линейная	Логарифмическая	$\Delta P = \frac{1}{\beta - \alpha / P_0} (D_0 - S_0 - I)$
3	Логарифмическая	Логарифмическая	$\Delta P = \frac{P_0}{\beta - \alpha} (D_0 - S_0 - I)$
4	Экспоненциальная	Логарифмическая	$\Delta P = \frac{1}{\beta S_0 - \alpha / P_0} (D_0 - S_0 - I)$
5	Степенная	Логарифмическая	$\Delta P = \frac{P_0}{\beta S_0 - \alpha} (D_0 - S_0 - I)$
6	Экспоненциальная	Экспоненциальная	$\Delta P = \frac{1}{\beta S_0 - \alpha D_0} (D_0 - S_0 - I)$
7	Линейная	Степенная	$\Delta P = \frac{1}{\beta - \alpha D_0 / P_0} (D_0 - S_0 - I)$
8	Экспоненциальная	Степенная	$\Delta P = \frac{1}{\beta S_0 - \alpha D_0 / P_0} (D_0 - S_0 - I)$
9	Степенная	Степенная	$\Delta P = \frac{P_0}{\beta S_0 - \alpha D_0} (D_0 - S_0 - I)$
10	Параболическая	Параболическая	$\Delta P = \frac{1}{\beta P_0 - \alpha} (D_0 - S_0 - I)$
11	Линейная	Гиперболическая	$\Delta P = \frac{1}{\beta - \alpha / P_0^2} (D_0 - S_0 - I)$
12	Экспоненциальная	Гиперболическая	$\Delta P = \frac{1}{\beta S_0 - \alpha / P_0^2} (D_0 - S_0 - I)$
13	Степенная	Гиперболическая	$\Delta P = \frac{P_0}{\beta S_0 - \alpha / P_0} (D_0 - S_0 - I)$

* α и β – оцениваемые параметры.

Во всех формулах табл. 3 α отражает чувствительность спроса к увеличению курса, а β – предложения.

Статистическое оценивание регрессионных моделей. Результаты статистического оценивания отобранных моделей нелинейным МНК для четырех выборок с растущим курсом приведены в табл. 4 (показаны только наиболее удачные результаты).

Как и в случае анализа функций спроса и предложения, наилучшие уравнения (модели) отбирались исходя из величины коэффициента детерминации R^2 , дисперсии ошибки уравнения S^2 и значимости параметров (t -статистики). Принимались также во внимание коэффициент Дарбина–Уотсона (DW) и коэффициент корреляции параметров $\text{cor}(\alpha, \beta)$.

Из представленных в табл. 4 наиболее адекватными оказались модели 4, 5 и 12, имеющие наилучшие статистические характеристики. Именно они и были выбраны для прогнозирования величины растущего курса на торгах ММВБ. Расчетные

Результаты оценивания регрессионных моделей на различных выборках при $\Delta P > 0$

Мо- дель	Зависи- мость пред- ложения от курса дол- лара	Зависи- мость спра- са от курса доллара	Вы- бор- ка	Параметры							
				R^2	S^2	DW	α	t_α	β	t_β	$\text{cor}(\alpha, \beta)$
1	Линейная	Линейная	1.1	0,836	53,5	1,42	-1,243	12,9			
			1.2	0,837	59,6	1,20	-1,247	11,8			
			1.3	0,900	51,0	1,22	-1,497	12,0			
			1.4	0,936	43,8	1,43	-1,701	12,1			
3	Логариф- мическая	Логариф- мическая	1.1	0,895	34,2	2,07	-0,005	16,8			
			1.2	0,912	32,2	2,20	-0,005	16,7			
			1.3	0,918	41,8	1,99	-0,005	13,4			
			1.4	0,924	51,8	1,66	-0,006	11,0			
4	Экспонен- циальная	Логариф- мическая	1.1	0,912	29,7	2,02	-146,0	9,8	0,006	2,3	0,768
			1.2	0,924	29,1	2,06	-154,1	9,3	0,005	1,8	0,794
			1.3	0,938	33,6	1,95	-134,3	6,1	0,007	2,1	0,851
			1.4	0,954	34,4	1,87	-127,0	5,9	0,007	2,2	0,820
5	Степенная	Логариф- мическая	1.1	0,912	29,4	2,17	-133,5	7,8	2,244	2,5	0,837
			1.2	0,923	29,3	2,19	-145,1	7,2	1,768	1,9	0,862
			1.3	0,936	35,1	2,20	-126,8	5,0	2,352	2,1	0,885
			1.4	0,956	33,3	2,10	-112,1	4,3	3,110	2,3	0,886
8	Экспонен- циальная	Степенная	1.1	0,820	60,5	2,25	-2,614	6,9	0,005	1,1	0,767
			1.2	0,827	65,6	2,19	-2,509	5,7	0,005	1,1	0,802
			1.3	0,909	49,5	2,36	-1,726	4,4	0,010	2,3	0,849
			1.4	0,943	43,2	2,36	-1,717	4,8	0,010	2,4	0,823
10	Параболи- ческая	Параболи- ческая	1.1	0,889	37,1	1,95	-1,241	8,6	-0,002	4,2	0,954
			1.2	0,897	39,1	1,85	-1,273	7,8	-0,002	4,0	0,959
			1.3	0,921	43,2	1,67	-1,034	5,1	-0,001	2,1	0,972
			1.4	0,939	46,2	1,57	-0,770	3,0	-0,001	0,8	0,981
12	Экспонен- циальная	Гиперболи- ческая	1.1	0,907	31,3	2,23	-25962	8,4	0,013	5,4	0,691
			1.2	0,929	26,9	2,57	-28448	8,8	0,011	5,3	0,708
			1.3	0,938	34,0	2,35	-30519	6,1	0,011	3,9	0,775
			1.4	0,959	31,1	2,10	-30247	6,1	0,011	4,1	0,750

приросты курса (ΔP) для модели 4 в сопоставлении с их фактическими значениями приведены на рис. 2.

5. МОДЕЛИ ТОРГОВ ДЛЯ ПАДАЮЩЕГО КУРСА

Зависимость спроса и предложения от курса. Для случая $\Delta P < 0$ поиск наилучших кривых для аппроксимации спроса и предложения в зависимости от изменений курса производился теми же методами, которые описаны в разд. 4. Исследование проводилось на выборке 2.2 (январь-июль), поскольку связь курса со спросом и предложением здесь прослеживается наилучшим образом.

Результаты проведенного анализа (см. табл. 5) показывают, что при $\Delta P < 0$ и спрос и предложение лучше всего описываются экспоненциальной и степенной функциями.

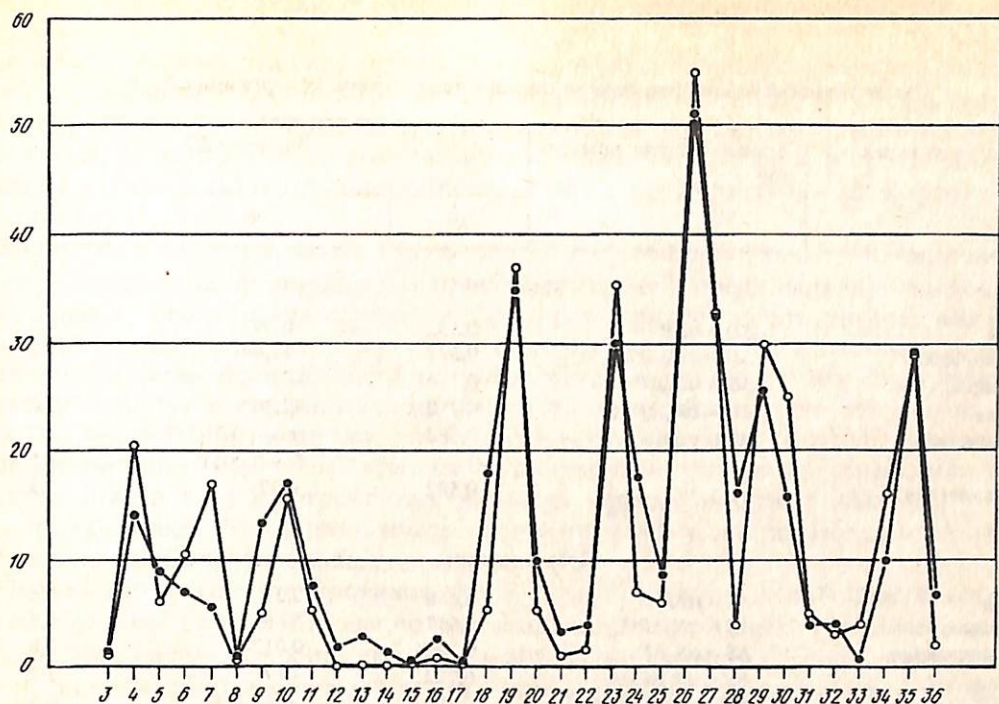


Рис. 2. Фактические и расчетные приросты курса для модели 4 при $\Delta P > 0$: кружок светлый – фактические, кружок черный – расчетные приросты

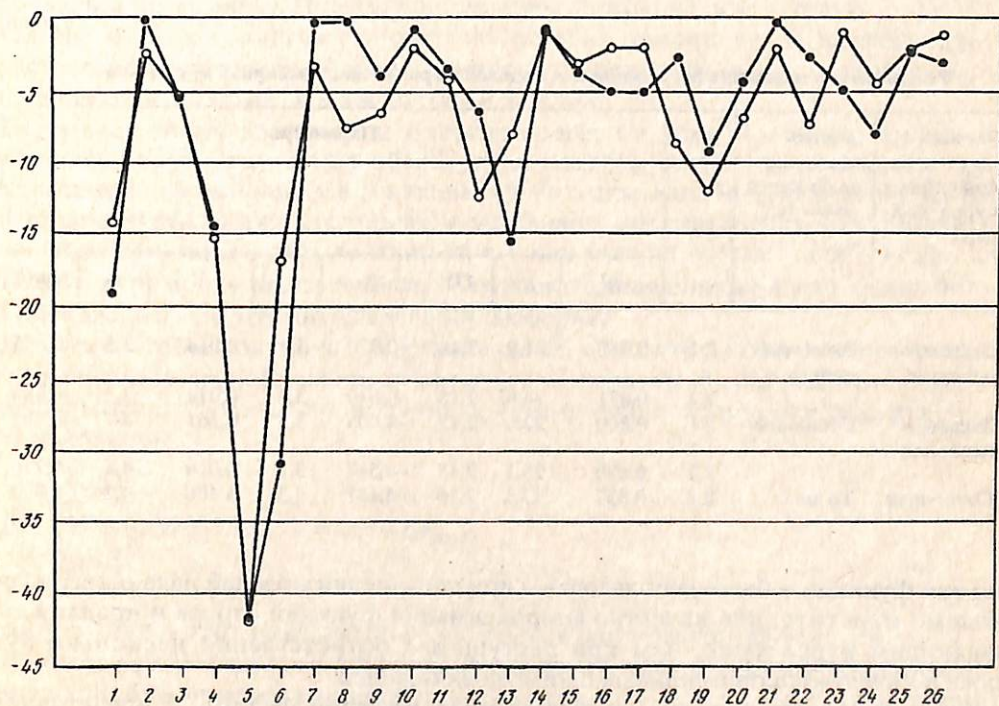


Рис. 3. Фактические и расчетные снижения курса для модели 6 при $\Delta P < 0$: кружок светлый – фактическое, кружок черный – расчетное снижение

Статистический анализ зависимости спроса и предложения от курса при $\Delta P < 0$

Зависимость от курса	Уравнение для приростов	Выборка 2.2		
		R^2	α	t_α
Спрос				
Линейная	$\Delta D = \alpha \Delta P$	0,532	-0,093	4,5
Логарифмическая	$\Delta D = \alpha D_0 \Delta P / P_0$	0,571	-17,44	5,2
Экспоненциальная	$\Delta D = \alpha D_0 \Delta P$	0,734	-0,016	7,4
Степенная	$\Delta D = \alpha D_0 \Delta P / P_0$	0,710	-2,50	7,0
Параболическая	$\Delta D = \alpha \Delta P + \beta \Delta P P_0$	0,584	$\alpha = -0,31$	2,2
Гиперболическая	$\Delta D = -\alpha \Delta P / P_0^2$	0,582	$\beta = 0,0011$	1,5
			3027	5,3
Предложение				
Линейная	$\Delta S = \alpha \Delta P$	0,668	0,21	6,4
Логарифмическая	$\Delta S = \alpha S_0 \Delta P / P_0$	0,617	36,44	5,7
Экспоненциальная	$\Delta S = \alpha S_0 \Delta P$	0,740	0,017	7,8
Степенная	$\Delta S = \alpha S_0 \Delta P / P_0$	0,722	3,17	7,2
Параболическая	$\Delta S = \alpha \Delta P + \beta \Delta P P_0$	0,700	$\alpha = -0,11$	0,5
Гиперболическая	$\Delta S = \alpha \Delta P / P_0^2$	0,544	$\beta = 0,002$	1,4
			-5888	4,9

Таблица 6

Результаты оценивания регрессионных моделей на различных выборках при $\Delta P < 0$

Мо- дель	Зависи- мость пред- ложения от курса дол- лара	Зависи- мость спро- са от курса доллара	Вы- бор- ка	Параметры							
				R^2	S^2	DW	α	t_α	β	t_β	$\text{cor}(\alpha, \beta)$
6	Экспонен- циальная	Экспонен- циальная	2.1	0,860	21,9	2,14	-0,030	3,4	0,014	3,5	0,836
			2.2	0,871	24,8	2,18	-0,030	3,2	0,014	3,3	0,834
8	Экспонен- циальная	Степенная	2.1	0,860	22,0	2,17	-4,605	3,3	0,161	4,7	0,783
			2.2	0,870	25,1	2,15	-4,517	3,1	0,016	4,4	0,776
9	Степенная	То же	2.2	0,857	27,5	2,16	-4,151	2,3	3,406	4,2	0,823

Именно эти функции и были использованы при построении моделей падающего курса. Необходимо отметить, что качество аппроксимации функций спроса и предложения при падающем курсе хуже, чем при растущем. Соответственно несколько хуже оказалось и качество окончательных прогнозных моделей.

Статистическое оценивание регрессионных моделей. В табл. 6 представлены результаты статистического оценивания для выборок с падающим курсом по моделям 6, 8 и 9, которые оказались наиболее удачными. Для прогнозирования курса при $\Delta P < 0$ окончательно отобраны модели 6 и 8. График фактических и расчетных приростов курса (ΔP) для модели 6 см. на рис. 3.

Анализ устойчивости параметров. Проблема устойчивости параметров регрессионных моделей является одной из ключевых при эконометрическом прогнозировании. Если параметры устойчивы, то при использовании соответствующей модели можно рассчитывать на получение достаточно достоверного прогноза, в противном случае прогноз может оказаться ошибочным, если не предусмотрена их корректировка (адаптация) [1, 2].

Значения α и β для моделей 4 (выборка $\Delta P > 0$) и 6 (выборка $\Delta P < 0$), рассчитанные непосредственно по формулам для приростов спроса и предложения в каждой точке, показывают, что в обоих случаях в динамике параметров отсутствует какая-либо тенденция, однако их отклонения от среднего уровня могут быть значительными. Как правило, наибольшие отклонения («всплески») имеют место при сверхэластичной реакции банков, когда небольшим изменениям курса сопутствуют значительные сдвиги в спросе или предложении. Однако такие ситуации соответствуют неординарным внешним условиям (всплеск инфляционных ожиданий, изменения в законодательстве и т.п.) и встречаются не очень часто. В «нормальных» же условиях можно надеяться, что использование оценок α и β в наших моделях приведет к получению удовлетворительных прогнозов.

Оценка точности моделирования курса. На рис. 2 и 3 приведены фактические приросты курса (ΔP) и их прогнозы по моделям 4 и 6 для растущего и падающего курсов (ΔP_{mod}). Как видим, точность прогнозов сильно меняется от торгов к торгам. Тем не менее средняя ошибка прогноза ΔP по каждой модели равна нулю – это вытекает из способа оценивания параметров регрессионных моделей. Поэтому требуется какой-то иной устойчивый показатель точности, характеризующий качество прогнозов в среднем по выборке. Точность прогнозирования по регрессионным моделям может оцениваться по-разному. Поэтому рассмотрим несколько показателей.

Одним из них является стандартная ошибка уравнения. В наших моделях она представляется стандартной ошибкой прогноза прироста курса на торгах. В модели 4 она равна $\sigma_1 = 5,33$ руб., в модели 6 $\sigma_2 = 4,58$ руб.

Вызывает интерес также и относительная ошибка прогноза. Иногда для ее измерения берут отношение абсолютной ошибки модели к реальному значению объясняемой переменной (т.е. в нашем случае отношение модуля ошибки к реальному изменению курса на данных торгах) и усредняют эту статистику по выборке. Однако здесь подобный показатель не годится, так как если на торгах t ошибка была отлична от нуля, а курс почти не изменился, то относительная ошибка будет очень большой, и это проявится и при усреднении по всей выборке.

Для того чтобы получить представление об относительной точности построенных регрессионных моделей, мы предлагаем другой показатель, равный отношению суммы ошибок модели, взятых по модулю, к сумме модулей приростов курса за тот же период времени

$$\theta = \frac{\sum_{t=1}^T |\varepsilon_t|}{\sum_{t=1}^T |\Delta P_t|} 100\%, \text{ где } \varepsilon = \Delta P - \Delta P_{\text{mod}}.$$

Для модели 4 этот показатель $\theta_1 = 22,7\%$, а для модели 6 $\theta_2 = 45,1\%$.

Еще одной характеристикой точности модели может быть ошибка прогноза курса, равная ошибке прогноза прироста курса, так как $P_t = P_0 + \Delta P_t$, а относительная погрешность здесь может быть измерена статистикой

$$\lambda = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| \frac{\varepsilon_t}{P_t} \right| 100\%.$$

Для модели 4 $\lambda_1 = 1,85\%$, для модели 6 $\lambda_2 = 2,15\%$.

Таким образом, можно сделать следующие выводы.

1. Ожидаемая стандартная ошибка модельного прогноза равна $\sigma_1 = 5,33$, если курс растет, или $\sigma_2 = 4,58$, когда он снижается.

2. Относительный показатель ошибки моделирования прироста курса в среднем на выборке равен $\theta_1 = 23\%$ при растущем курсе и $\theta_2 = 45\%$ при падающем. Это свидетельствует о том, что модели возрастающего курса можно доверять в большей степени, чем снижающегося, хотя и здесь ошибка достаточно велика.

3. Относительная ошибка прогноза абсолютного уровня курса в среднем равна $\lambda_1 = 1,85\%$, если он растет, и $\lambda_2 = 2,15\%$, когда снижается.

7. ВОЗМОЖНЫЕ СПОСОБЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МОДЕЛЕЙ

Прогнозирование курса накануне торгов на ММВБ. Как указывалось в разд. 2, все многообразие моделей торгов описывается так

$$\Delta P_t = A_t (D_{0t} - S_{0t} - I_t), \quad (25)$$

где коэффициент A_t в общем случае не является константой и может быть функцией от некоторых известных переменных (в частности, начального спроса и предложения банков и курса предыдущих торгов). Оценивание моделей заключается в том, чтобы на ретроспективном статистическом материале (на данных о прошлых торгах) найти оценки коэффициента A_t . Получив эти оценки на основе регрессионного анализа, можно использовать их для прогнозирования курса на предстоящих торгах в зависимости от заявок банков на продажу и покупку, а также от различных вариантов вмешательства ЦБР.

Регулирование курса с помощью интервенций ЦБР. ЦБР является на торгах регулирующим органом. Его целью в первой половине 1992 г. являлось, очевидно, снижение курса доллара, а в настоящий момент – сглаживание его колебаний. Возникает задача: оценить возможности ЦБР по регулированию курса и выбору наилучшей стратегии.

Обратимся вновь к (25). Очевидно, что здесь коэффициент A_t , изменяющийся во времени, может быть интерпретирован как мера чувствительности курса к интервенциям ЦБР, показывающая, какое снижение курса доллара приходится на единицу продаж ЦБР на торгах t , так как

$$\partial \Delta P_t / \partial I_t = -A_t. \quad (26)$$

Поэтому динамика A_t представляет интерес. Можно сделать качественное заключение: чем выше A_t , тем большего эффекта (при прочих равных условиях) достигнут продажи ЦБР.

Отметим, что, начиная с августа 1992 г., для выборки 1.1 ($\Delta P > 0$) величина A_t стала больше, чем для выборки 2.1 ($\Delta P < 0$). Это было сигналом к тому, чтобы отказаться от продаж валюты, превышающих разность $D_{0t} - S_{0t}$, т.е. от попыток снизить курс с помощью интервенции.

Другой вывод, вытекающий из масштаба величин A_t для разных выборок, заключается в том, что ЦБР гораздо легче сгладить падение курса путем скупки долларов, чем замедлить рост курса, продавая их.

Рассмотрим аналитическое выражение коэффициента A_t для лучших моделей растущего

$$A_t = 1 / (\beta S_{0t} - \alpha / P_{0t}) \quad (27)$$

и падающего курсов

$$A_t = 1 / (\beta S_{0t} - \alpha D_{0t}). \quad (28)$$

Из (27) нетрудно заметить, что наблюдаемое увеличение A_t для положительной выборки ($\Delta P > 0$) связано прежде всего с абсолютным ростом уровня курса доллара в течение 1992 г., которое было частично компенсировано расширением предложения валюты коммерческими банками. Снижение же A_t для отрицательной выборки объясняется общим увеличением масштабов оборота на ММВБ (см. (28)). Нетрудно догадаться, что под воздействием этих факторов тенденции изменения A_t сохранятся и в будущем, т.е. рассматриваемый коэффициент будет возрастать для растущего курса и уменьшаться для падающего.

Теперь вернемся вновь к общему виду всевозможных моделей торгов (25), записав его так

$$I_t = (D_{0t} - S_{0t}) - \Delta P_t / A_t. \quad (29)$$

Если предположить, что параметры α и β останутся устойчивыми на протяжении какого-то периода времени, то из (29) можно сделать по крайней мере два вывода:

1) по мере роста A_t для $\Delta P > 0$, величина интервенций ЦБР, необходимая для обеспечения заданного прироста курса, будет расти (в расчете на одну и ту же величину разности между начальным спросом и предложением коммерческих банков). Эта тенденция может переломиться только в результате резкого расширения предложения валюты на торгах (например, при введении 100%-ной обязательной продажи валюты экспортерами)*;

2) постепенное уменьшение A_t для $\Delta P < 0$ приведет к тому, что при превышении первоначального предложения банков над спросом курс будет достигать равновесного уровня при все меньшем снижении его уровня и потребность во вмешательстве ЦБР (покупке долларов) станет минимальной.

В заключение отметим, что формула (29) может быть использована экспертами ЦБР для оценки необходимой интервенции на текущих торгах в зависимости от начального спроса и предложения коммерческих банков и целевых установок по изменению уровня курса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования. М.: Статистика, 1979.
2. Лукашин Ю.П. Линейная регрессия с переменными параметрами. М.: Финансы и статистика, 1992.

Поступила в редакцию
1 XI 1993

* С 1 июля 1993 г. расширение предложения на валютном рынке произошло за счет изменения правил обязательной продажи валюты экспортерами: весь объем обязательной продажи валюты идет непосредственно на рынок, минуя ЦБР.