ЭКОНОМИКА 1995
И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ Том 31, вып. 2

СООТНОШЕНИЕ ЦЕН И ЗАРПЛАТЫ В ЭКОНОМИКЕ, ОПИСЫВАЕМОЙ РАСШИРЕННОЙ МОДЕЛЬЮ "ЗАТРАТЫ-ВЫПУСК"

© 1995 г. **Пересада В.П.**

(*Санкт-Петербург*)

Показано, что соотношения между ценами всех видов продукции и заработной платой определяются собственным вектором матрицы "затраты–выпуск". Приведены результаты расчетов соотношения цен для матрицы "затраты–выпуск" конкретной экономики.

В условиях радикальных преобразований экономики при плохо управляемых процессах ценообразования требуются математически обоснованные функциональные соотношения между макроэкономическими характеристиками и уровнем оплаты труда, чтобы на их основе определять объективно необходимые и возможные пропорции цен и заработной платы. Такие соотношения можно получить, используя модель Леонтьева "затраты-выпуск" [1], расширив в ней матрицу технологических коэффициентов $\mathbf{A}_0 = \{a_{IJ}^0\}$. Элементы этой матрицы определяют количество продукции вида i для производства единицы продукции j в год в натуральном выражении.

При годовом выпуске валовой продукции каждого вида X_I одна ее часть – конечная продукция Y_I – идет непосредственным потребителям, другая – отраслям экономики. Объем продукции вида i, идущий для j, рассчитывается с помощью технологических коэффициентов $a_{IJ}^0 X_J$. При этом должно выполняться i-е балансовое соотношение

$$X_I = Y_I + \sum_J^N a_{IJ}^0 X_J, \tag{1}$$

где N – число видов продукции, выбранных для анализа рассматриваемой экономики. В матричном виде эти равенства записываются как система линейных алгебраических уравнений

$$(\mathbf{E} - \mathbf{A}_0)X = Y, \tag{2}$$

где E – единичная диагональная матрица.

К записанной системе N уравнений необходимо добавить N + 1-е уравнение баланса для трудозатрат (Тр$_J$) на производство продукции каждого вида j, выражаемых в человеко-годах.

Для Тр также необходимо ввести технологический коэффициент a_{TJ} и тогда они определятся как

$$\text{Тр}_J = a_{TJ} X_J. \tag{3}$$

Трудозатраты всех занятых в производственной сфере представляют собой сумму

$$\text{Тр} = \sum_J^N \text{Тр}_J = \sum_J^N a_{TJ} X_J. \tag{4}$$

Полные Тр на производство валовой продукции можно различать, если кроме включенных в (4) учесть и трудозатраты тех работников, которые заняты в непроизводственных сферах (науке, культуре, здравоохранении, армии, управлении и т.д.), – $\text{Тр}_\text{Н}$. Они также получают заработную плату и потребляют конечную продукцию, поэтому величина полных трудовых затрат $\text{Тр}_S = X_T$ должна быть равна

$$X_T = \text{Тр}_S = \text{Тр} + \text{Тр}_\text{Н}. \tag{5}$$

При таком подходе целесообразно проанализировать "расширенную матрицу" технологических коэффициентов $\mathbf{A} = \{a_{IJ}\}$, размерность которой по сравнению с $\mathbf{A}_0$ на единицу больше. В расширенной матрице N + 1-я строка представляет собой вектор-строку трудовых затрат $a_T = (a_{T1},\ldots,a_{TN})$. Соответственно N + 1-й столбец (вектор-столбец) матрицы образуется из коэффициентов удельного потребления $a_Y = (a_{1Y},\ldots,a_{NY})$. Составляющие этого вектора – величины конечного продукта, приходящиеся на один человеко-год: $Y_I = a_{IY}\,\text{Тр}_S$. Последний элемент расширенной матрицы $a_{N+1,N+1} = a_{TT}$ подобно тому, как в матрице технологических коэффициентов диагональные элементы характеризуют расходы на собственные нужды i-го производства, отражает затраты на эти же нужды N + 1-го производителя – "трудовые ресурсы", т.е. долю трудовых затрат занятых в непроизводственной сфере

$$a_{TT} = \text{Тр}_\text{Н} / \text{Тр}_S = 1 - \text{Тр}/\,\text{Тр}_S. \tag{6}$$

Записав уравнение (4) в векторной форме, найдем, что Тр = $a_T X$. Из (2) следует, что $X = (\mathbf{E} - \mathbf{A}_0)^{-1}Y, Y = a_Y\,\text{Тр}_S$, поэтому доля трудовых затрат производителей, занятых в производстве p = Тр/Тр, определяется только технологическими коэффициентами и удельной потребностью a_Y

$$p = a_T(\mathbf{E} - \mathbf{A}_0)^{-1}a_Y, \tag{7}$$

где p – инвариант рассматриваемой экономики.

Экономике, использующей данную технологию безотносительно к численности населения, понадобится доля трудозатрат, равная Тр = $p\text{Тр}_S$.

Для получения i-го уравнения баланса не привлекались данные о ценах и заработной плате, так как оно отражает суммарную потребность всей экономики в продукции, соответствующей i-й строке. В каждой такой строке стоят числа, характеризующие один вид продукции, имеющие одинаковую размерность.

Для получения 2-го уравнения баланса, характеризующего потребности каждого производителя в продукции всех других, измеряемых в различных единицах, необходимо перейти к некоторому единому масштабу. На практике в качестве масштаба используются цены – S_I. В результате умножения каждого элемента i-й строки матрицы технологических коэффициентов на соответствующую цену i-й продукции в строках матрицы окажутся стоимости каждого вида продукции. Сумма элементов столбцов этой матрицы равна затратам на производство годовой продукции, соответствующей рассматриваемому столбцу.

Если цены каждого вида продукции S_I записать в виде диагональной матрицы $\mathbf{S}$, в том числе и ставку заработной платы как ее N + 1-й элемент, то вектор цен запишется как произведение матрицы $\mathbf{S}$ на единичный вектор l, т.е. $\mathbf{S}l$. Дальнейшее умножение вектора цен на транспонированную матрицу $\mathbf{A}^T$ означает суммирование по столбцам

$$\mathbf{A}^T\mathbf{S}l = R, \tag{8}$$

которое дает вектор затрат на производство каждого вида продукции в денежном выражении – R (вектор себестоимости) с составляющими R_I.

Вектор R может быть выражен через рентабельность Rnt_I, которая представляет собой отношение прибыли $Q_I = S_I - R_I$ к затратам R_I

$$\text{Rnt}_I = Q_I / R_I = (S_I - R_I) / R_I = S_I / R_I - 1. \tag{9}$$

Назовем $R_Z = \mathbf{S}^{-1}R$ вектором относительных затрат. Он связан с рентабельностью соотношениями

$$\mathrm{Rnt}_I = 1/R_{ZI} - 1, \quad R_{ZI} = 1/(\mathrm{Rnt}_I + 1). \tag{10}$$

Учитывая, что $R = \mathbf{S}R_Z$, вместо (8) получим

$$\mathbf{A}^T\mathbf{S}l = \mathbf{S}R_Z \tag{11}$$

– 2-е уравнение баланса.

Проанализируем варианты состояния экономики в зависимости от различных значений p. Вначале рассмотрим экономику, в которой рентабельность всех видов продукции одинакова и равна Rnt_0, т.е. равнорентабельную экономику. Для нее вектор $\mathbf{S}R_Z$ запишется как $\lambda\mathbf{S}l$, где

$$\lambda = 1/(\mathrm{Rnt}_0 + 1), \tag{12}$$

и (11) приобретет вид

$$\mathbf{A}^T\mathbf{S}l = \lambda\mathbf{S}l. \tag{13}$$

Такая запись означает, что необходимо найти вектор $Sl = U$, удовлетворяющий требованию

$$(\mathbf{E}\lambda - \mathbf{A}^T)U = 0. \tag{14}$$

Это – стандартная задача нахождения собственных значений λ и собственных векторов U матрицы $\mathbf{A}^T$, которая решается путем нахождения корней $\lambda_к$ характеристического уравнения $N + 1$-й степени.

Из полученных $N + 1$-значений λ необходимо выбрать приемлемые, т.е. соответствующие реально возможной величине рентабельности

$$\mathrm{Rnt}_к = 1/\lambda_к = -1. \tag{15}$$

Так как система (14) однородна, то для ее решения нужно задать одну из цен S_I в качестве масштаба, тогда все остальные выразятся через нее. В качестве такого масштаба может быть выбрана ставка заработной платы S_{T0}.

Результаты решения оставшихся N-уравнений определят соотношение цен между собой, выраженное в единицах заработной платы.

Экономика, в которой стоимость конечной продукции, выпущенной за год $Y\mathbf{S}l$, равна выплаченной заработной плате $S_T\mathrm{Tp}_S$, является безубыточной (но и бесприбыльной), т.е. $\mathrm{Rnt}_0 = 0$ и, следовательно, $\lambda = 1$. Действительно, только при $\lambda = 1$ из последнего равенства (14) следует $a_Y\mathbf{S}l = pS_T$. Оставшиеся уравнения системы дают равенство $\mathbf{S}l = (\mathbf{E} - \mathbf{A}_0^T)^{-1}a_TS_T$, подстановка которого в предыдущее приводит к тождеству $a_Y(\mathbf{E} - \mathbf{A}_0^T)^{-1}a_T = a_T(\mathbf{E} - \mathbf{A}_0)^{-1}a_Y$.

Величина инварианта p определяет характер экономики. Если $p = \mathrm{Tp}/\mathrm{Tp}_S \ll 1$, то это означает, что экономика обеспечивает производство необходимого конечного продукта при малой доле непосредственно занятых в производственной сфере. Следовательно, доля занятых в непроизводственной сфере $a_{TT0} = \mathrm{Tp}_H/\mathrm{Tp}_S = 1 - p$ в такой экономике может быть значительной, а сама экономика – безубыточной. Если такую экономику "нагрузить" меньшей долей занятых в непроизводственной сфере, т.е. сделать $a_{TT} < a_{TT0}$, то экономика станет рентабельной: в ней $\lambda < 1$ и $\mathrm{Rnt} = 1/\lambda - 1 > 0$. Если $a_{TT} > a_{TT0}$ (что произойдет при необоснованном повышении социальных выплат), то экономика станет убыточной, т.е. $\lambda > 1$ и $\mathrm{Rnt} < 0$. Случай, когда $p = 1$, т.е. $a_{TT0} = 0$, означает, что условием безубыточности экономики является полное отсутствие непроизводственной сферы. Такая экономика – "нулевая", в ней работающие непосредственно в производстве способны "прокормить" только себя.

Расчет рентабельности

Показатели	Номер вида продукции							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$a_{TT} = 0,7$, $R_Z =$	0,637	0,786	0,614	0,649	0,614	0,640	0,396	0,593
$S_T = 3,22$, Rnt =	0,570	0,272	0,628	0,540	0,628	0,562	1,520	0,686
$a_{TT} = 0,462$, $R_Z =$	0,718	0,867	0,678	0,703	0,706	0,690	0,428	0,636
$S_T = 3,96$, Rnt =	0,393	0,153	0,475	0,420	0,416	0,450	1,330	0,572
$a_{TT} = 0,3$, $R_Z =$	0,799	0,948	0,744	0,757	0,799	0,740	0,462	0,680
$S_T = 4,73$, Rnt =	0,250	0,055	0,344	0,320	0,250	0,350	1,160	0,470

Наконец, если $p > 1$, то $a_{TT} < 0$. Это означает, что Тр > Тр_S и, следовательно, необходима сверхнормативная работа. Для оплаты переработанного времени потребуются внешние инвестиции. Однако и в такой ситуации экономика может быть рентабельной и нерентабельной.

Для иллюстрации рассмотрим пример матрицы "затраты-выпуск" экономики США [1]. На с. 290 этой работы приведена таблица-матрица "потоков" $\mathbf{A}_n$. Ее элементы $S_I a_{IJ} X_J$ представляют собой затраты отрасли i, необходимые для производства годовой продукции отрасли j, выраженные в миллионах долларов. Объемы конечной $S_I Y_I$ и валовой $S_I X_I$ продукции также даны в стоимостном выражении.

Для дальнейших расчетов запишем соотношения между матрицей потоков и матрицей технологических коэффициентов.

Если разделить элементы каждой i-й строки матрицы потоков $\mathbf{A}_п$ на стоимость валовой продукции этой строки $S_I X_I$ (см. гр. 10 в [1]), то определится новая матрица – относительных коэффициентов $A_X = \{a_{IJ} X_J / X_I\}$, элементы которой не содержат цен. В матричном виде соотношения между $\mathbf{A}_X$ и $\mathbf{A}_п$ запишутся как произведение

$$\mathbf{A}_X = \mathbf{S}_G^{-1} \mathbf{A}_п, \tag{16}$$

где $\mathbf{S}_G$ – диагональная матрица годовых стоимостей, элементами которой являются известные стоимости годовой валовой продукции – $S_I X_I$.

Матрица $\mathbf{A}_X$ – также расширенная, ее $N + 1$-я строка получается из данных строки "труд" исходной таблицы, а $N + 1$-й столбец с элементами Y_I/X_I определен в результате деления $S_I Y_I$ на $S_I X_I$. Можно показать, что собственные значения матриц $\mathbf{A}_X$ и $\mathbf{A}$ равны. Одно из найденных собственных значений матрицы экономики США равно единице, т.е. экономика бесприбыльна.

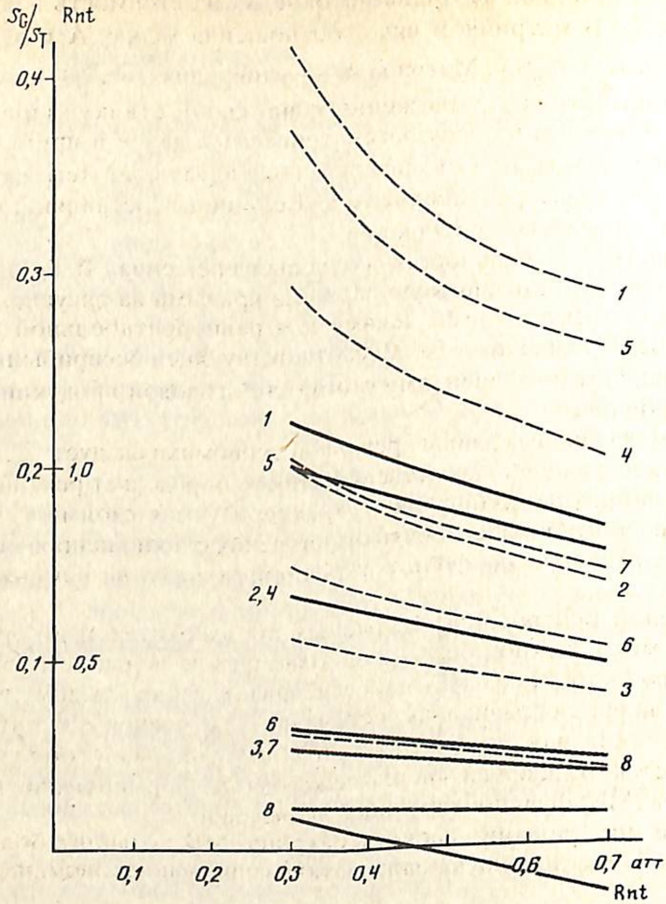
Действительно, рассматриваемая экономика имеет инвариант $p = \text{Тр}/\text{Тр}_S = 0,537$, так как $\text{Тр} = \sum_J \text{Тр}_J = 30,716$, а $\text{Тр}_S = 57,146$. Из данных этой же таблицы находится величина $a_{TT0} = \text{Тр}_{H0} / \text{Тр}_S = 0,463$, откуда $a_{TT0} = 1 - p$, а это – признак бесприбыльной экономики с Rnt = 0. В ней стоимость конечного продукта должна равняться выплаченной заработной плате, т.е. $\sum S_I Y_I = S_T\, \text{Тр}_S$.

Поскольку $\Sigma S_I Y_I = 296,6$, то $S_T = 296,6/57,7 = 3,96$.

Рассмотрим, как изменяется рентабельность и цены экономики, если уменьшить или увеличить долю занятых в непроизводственной сфере. Расчеты показали, что при $a_{TT} = 0,7$ (что в 1,5 раза больше $a_{TT0} = 0,463$) и при неизменных трудозатратах в производственной сфере Тр = 30, 716, а $\text{Тр}_S = 70,3$; ставка заработной платы станет гораздо меньше – $S_T = 3,22$.

Аналогичные расчеты для $a_{TT} = 0,3$ свидетельствуют, что $\text{Тр}_S = 47,9$, т.е. уменьшаются и соответственно ставка заработной платы $S_T = 4,97$. В этом случае вместе с ростом S_T возрастают и цены.

Результаты расчетов собственных значений и собственных векторов, которые представляют собой относительные цены, дают в первом случае $\lambda = 1,14$ и, значит,



Зависимость относительных цен продукции от доли занятых в непроизводственной сфере: сплошная линия – относительные цены – составляющие собственного вектора; пунктирная – относительные цены (нормированные по годовой заработной плате) при индивидуальных рентабельностях производств; Rnt – рентабельность

Rnt = – 0,123; во втором – $\lambda = 0{,}91$ и Rnt = 0,1. Относительные цены – это отношение цены годового выпуска каждого вида продукции к годовой заработной плате. Их значения для каждого вида продукции при разных a_{TT} представлены на рисунке сплошными линиями.

Кривые на рисунке показывают, что при необоснованном росте непроизводственной сферы, т.е. не сопровождающемся улучшением производственных технологических коэффициентов матрицы $\mathbf{A}_0$, рентабельность экономики становится отрицательной и ставка заработной платы снижается. При этом уменьшаются и цены, но из-за отрицательной рентабельности экономика будет деградировать.

В действительности реальная экономика не равнорентабельна, в ней соотношение цен совершенно другое. Это объясняется индивидуальными уровнями рентабельности каждого из производств.

Для расчета индивидуальных рентабельностей необходимо использовать уравнение (8), которое можно записать в виде $\mathbf{S}^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{S}l = R_Z$, где $\mathbf{S}^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{S} = \mathbf{A}_t$ – матрица времени [2]. Ее элементы $a_{IJ}S_IX_J / S_JX_J = a_{IJ}S_I / S_J$ находятся путем деления элементов каждого j-столбца исходной матрицы потоков $\mathbf{A}_{п}$ на стоимость валовой продукции этого столбца $S_j X_j$. В матричном виде соотношения между $\mathbf{A}_t$ и $\mathbf{A}_{п}$ запишутся как произведения вида $\mathbf{A}_t = \mathbf{A}_{п}\mathbf{S}_G^{-1}$. Матрица $\mathbf{A}_t$ – расширенная, ее N + 1-я строка получена из данных строки "труд", умноженных на свою ставку заработной платы. Следовательно, в каждом из трех рассматриваемых далее в примере значений a_{TT} величины рентабельности производителей индивидуальны. Чем выше ставка заработной платы, тем ниже рентабельность. Величины составляющих вектора R_Z и рентабельностей приведены в таблице.

Цены при разных рентабельностях получены из решения (8). Результаты расчетов относительных цен представлены пунктирными кривыми на рисунке. Как видно из их сопоставления с относительными ценами для равнорентабельной экономики, они значительно выше. В точке a_{TT} = 0,462, соответствующей бесприбыльной экономике, их значения совпадают со значениями стоимостей годовой продукции, отнесенных к годовой заработной плате.

Таким образом, из анализа данных реальной экономики следует:

1) уровень занятых в непроизводственной сфере определяет рентабельность экономики. Каждая конкретная экономика, характеризуемая своими технологическими коэффициентами, способна обеспечить ограниченную долю непроизводственной сферы, если технологические коэффициенты производства не изменяются в лучшую сторону;

2) при доведении рентабельности разных производителей до уровня равнорентабельной экономики можно обеспечить более низкие цены, чем при неодинаковых уровнях рентабельности. Механизмом, обеспечивающим необходимую рентабельность производителей, является правильная система инвестирования и налогообложения;

3) для обеспечения научно обоснованной политики налогообложения и инвестирования требуется отлаженная система ежегодного формирования матрицы межотраслевого баланса (МБ) функционирующей экономики;

4) дальнейшее исследование свойств матрицы МБ позволит более рационально строить ценовую, инвестиционную, налоговую и социально-экономическую политику.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Леонтьев В.В.* Экономическое эссе. М.: Политиздат, 1990.
2. *Пересада В.П.* Модель динамики затрат – выпуска в регионе при проведении конверсии // Экономика и мат. методы. 1993. Т. 29. Вып. 1.

Поступила в редакцию
16 VIII 1993