РАЦИОНИРОВАНИЕ КРЕДИТА, ИНФЛЯЦИЯ И ТРАНСФОРМАЦИОННЫЙ СПАД*

© 1995 г. Полтерович В.М.

(Москва)

Разработана динамическая модель экономики, учитывающая трансакционную роль денег как в потреблении, так и в производстве, и позволяющая анализировать влияние ограничений по объему кредитования материальных оборотных средств на цены и выпуск продукции. Показано, что при определенных условиях расширение кредитов не только стимулирует производство, но и уменьшает темп инфляции. Увеличение дефицита государственного бюджета, напротив, ведет к ускорению инфляции, при этом выпуск может лишь сократиться.

1. ВВЕДЕНИЕ

Принято считать, что либеральная кредитная политика, увеличивая массу денег в экономике, подстегивает инфляцию. Поэтому в течение всего периода реформ российское правительство стремилось ограничивать объем кредитных ресурсов. В 1992–1993 гг. реальная ставка процента была отрицательной и рост кредитов сдерживался путем прямого рационарования. По мнению ряда авторов это породило дефицит платежных средств и явилось одной из главных причин кризиса неплатежей и трансформационной рецессии [1, 2] (см. также ссылки на более ранние работы в [1])**.

На первый взгляд кажется, что рационарование кредита должно приводить к неэффективности экономики. Опровержению этой "наивной" точки зрения посвящена огромная литература (см. обзор [5]). Однако целесообразность рационарования, как правило, выводится из несовершенства кредитного рынка: особенно важную роль в теории играет неполнота информации о платежеспособности заемщиков, приводящая к эффекту ухудшающего отбора. В данной статье мы не принимаем во внимание неполноту информации, рассматривая ограничения кредитов как способ сдерживания денежной массы в условиях низкого процента. При этом основной интерес для нас представляет вопрос о том, как изменение кредитных ограничений влияет на уровень производства и рост цен.

Сторонники жесткой кредитной политики подчеркивают, что кредитная экспансия ведет к увеличению спроса на ресурсы и последующему ускорению инфляции, а значит, и к обесцениванию денег на счетах; в результате не исключено усиление дефицита платежных средств, отрицательно влияющее на объемы производства.

Однако руководители предприятий нередко указывают на нехватку кредитных ресурсов как на фактор спада. В [2] приведены кривые, демонстрирующие определенную отрицательную корреляцию между обеспеченностью промышленных предприятий денежными средствами и темпами сокращения выпуска. Как обычно,

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 93-06-10917).

** Эта точка зрения разделяется не всеми [3, 4].

наличие корреляции еще не означает существования причинной связи между параметрами. Могло бы оказаться, что изменения обоих переменных происходят под влиянием общей причины, например темпа инфляции, так что ускорение инфляции вызывает рост денежных остатков и замедление рецессии.

Таким образом, вопрос о влиянии рационалирования кредита на инфляцию и спад нуждается в теоретическом исследовании. Этой задаче и посвящена настоящая работа.

Предлагаемая ниже модель примыкает к обширному классу моделей монетарной экономики (см., например, обзор [6]), но имеет ряд особенностей, соответствующих специфике анализируемой проблемы. В ряде отношений она весьма упрощена. Я рассматриваю лишь кредитование закупок сырья и не ввожу в модель рынок капитала, считая основные фонды неизменными. Трудовые ресурсы также предполагаются фиксированными, предприятия не увольняют рабочих и индексируют реальную заработную плату, стремясь поддержать ее реальный уровень. Такое поведение качественно соответствует действительности (см., например, [7]).

Я не предполагаю, что экономические агенты обладают способностью планировать свою деятельность на отдаленную перспективу, как это постулируется в моделях с перекрывающимися поколениями или в моделях типа Сидрауского, являющихся стандартными инструментами современного макроэкономического анализа. И потребители, и производители решают в каждый момент времени статические задачи, определяя выпуск ресурсов, деньги на руках и кассовые остатки предприятий, используемые в следующем периоде. Для простоты принято, что население хранит деньги только в виде наличных, а предприятия распределяют прибыль между работниками и акционерами, пополняя свои счета исключительно заемными средствами. В то же время модель учитывает транзакционную роль денег и в потреблении, и в производстве, рассматривая наличные как аргумент функции полезности, а деньги на счетах предприятий как фактор, обслуживающий сделки по приобретению ресурсов и потому способствующий увеличению выпуска (ср. [6]). Это позволяет говорить о денежной массе в том же смысле, в каком она понимается в статистике, и отличает предлагаемую теорию от развитой в [8, 9], где также, хотя и в ином аспекте, изучается рационалирование кредита применительно к российской экономике.

Ниже будет показано, что при определенных условиях "наивная" точка зрения все же справедлива: дефицит кредитных ресурсов приводит к спаду. Однако влияние рационалирования кредита на цены не соответствует расхожим представлениям. Правдоподобной немедленной реакцией на увеличение кредитов является рост цен, однако в случае выхода на новый стационарный режим происходит замедление инфляции до уровня меньшего, чем исходный.

В следующем разделе дана точная формулировка предлагаемой модели. Третий раздел содержит теорему существования равновесных траекторий и частичное описание первоначальной реакции системы на изменение параметров. Более полное исследование удастся провести для стационарных траекторий, изучаемых в четвертом разделе. В Заключении обсуждаются направления дальнейшего исследования рассматриваемой проблемы.

2. ФОРМУЛИРОВКА МОДЕЛИ

В модели действуют четыре экономических агента: производственный сектор, потребитель, банк и государство. Под производством понимается совокупность всех отраслей народного хозяйства, включая сферу услуг (за исключением банковских). Модель функционирует в дискретном времени. В начале периода t экономика располагает количеством u_t однородного ресурса ценой p_t , одна часть которого потребляется, а другая используется в производстве. Выпуск y_{t+1} в периоде $t+1$ зависит от объема ресурса x_t , затрачиваемого в предшествующем периоде, и реальных денежных остатков на счетах предприятий $h_t = H_t/p_t$, где H_t — остатки на счетах в номинальном

выражении*. Распределение трудовых ресурсов и производственные фонды считаем фиксированными.

Предполагается, что выбор затрачиваемых и производимых объемов осуществляется путем максимизации ожидаемой прибыли. Вся фактическая прибыль за вычетом прироста остатков на счетах предприятий поступает потребителям в виде премий и дивидендов и государству, взимающему с производителей налог по ставке v , $0 < v < 1$. Ресурсы же приобретаются исключительно за счет краткосрочных кредитов и, возможно, остатков на счетах**. Действующая в системе ставка R процента за кредит низка, и потому банк устанавливает допустимые объемы кредита Z_t в каждом периоде. Таким образом, в периоде t производство определяет объем затрат x_t , выпуска y_{t+1} и кассовых остатков H_t , решая следующую задачу оптимизации

$$H - H_{t-1} + p_{t+1}^e y - (1 + R)(p_t x + H - H_{t-1}) - W_t^1 \Rightarrow \max, \quad (1)$$

$$y = f(x, H / p_t), \quad (2)$$

$$p_t x + H \leq Z_t + H_{t-1}, \quad (3)$$

где p_{t+1}^e – ожидаемая цена ресурса в периоде $t + 1$; W_t^1 – фиксированный уровень заработной платы в производственном секторе; f – производственная функция.

Фактическая прибыль в периоде t отличается от (1) тем, что вместо ожидаемого на момент $t + 1$ дохода от продажи продукции $p_{t+1}^e y_{t+1}$ учитывается его фактическое значение $p_t y_t$. Тем самым запаздывания в производстве считаются более длительными, нежели сроки кредитования.

Деятельность банка в нашей модели сводится к заданию ставки R и ограничений Z_t по кредитам, получению процентов и выплате своим служащим заработной платы W_t^2 . Таким образом, прибыль банка равна

$$R[p_t x_t + H_t - H_{t-1}] - W_t^2. \quad (4)$$

Совокупная масса фактической прибыли в периоде t исчисляется следующим образом

$$p_t(y_t - x_t) - \bar{W}_t, \quad (5)$$

где $\bar{W}_t = W_t^1 + W_t^2$.

Доля v совокупной прибыли составляет доход государства (все остальные налоги не принимаются во внимание). Его расходы складываются из затрат на приобретение объема g_t ресурсов и выплат W_t^0 в денежной форме: заработной платы в бюджетной сфере, а также трансфертов (пенсий, пособий). Дефицит государственного бюджета обозначаем через D_t

$$D_t = W_t + p_t g_t - v p_t(y_t - x_t), \quad (6)$$

где $W_t = W_t^0 + v \bar{W}_t$.

Доход потребителя складывается из заработной платы $W_t^0 + \bar{W}_t$ и прибыли за вычетом налога и прироста остатков на счетах предприятий. Кроме того, потребитель

* Чем больше остатки на счетах, тем меньше затраты, необходимые для своевременного и качественного обеспечения производства ресурсами в заданном количестве x . Поэтому имеет смысл рассматривать h_t как производственный фактор.

** На 1 октября 1993 г. в промышленности сложилась следующая структура источников образования оборотных средств: собственные – 5%, кредиты и займы – 8%, кредиторская задолженность и прочие пассивы – 87% [10, с. 104]. Для нас важно, что предприятия ощущали сильный дефицит оборотных средств и роль прибыли в их пополнении была незначительной.

располагает объемом наличных денег V_{t-1} , не истраченных в предыдущем периоде. Мы не учитываем сбережения в формах, приносящих процент*.

Объем потребления c_t и "денег на руках" V_t определяется путем максимизации функции полезности при бюджетном ограничении

$$u(c_t, V_t / p_t) \Rightarrow \max, \quad (7)$$

$$p_t c_t + V_t = V_{t-1} + W_t + (1 - v) p_t (y_t - x_t) - (H_t - H_{t-1}). \quad (8)$$

Будем предполагать, что ожидания агентов в производственном секторе формируются по простейшему правилу

$$p_{t+1}^e = p_t^2 / p_{t-1} = \lambda_t p_t, \quad (9)$$

где $\lambda_t = p_t / p_{t-1}$. Таким образом, агенты прогнозируют сохранение темпа инфляции на уровне предшествующего периода.

Примем также следующее правило индексации кредитных ограничений и заработной платы

$$z_t = z(y_t) p_t, \quad W_t = W_t^0 + v(W_t^1 + W_t^2) = [w^0 + v(w^1 + w^2)] p_{t-1} = w p_{t-1}. \quad (10)$$

Фактически предполагается заданным ограничение по кредитам в реальном выражении z как функция от имеющихся ресурсов. Эта функция должна удовлетворять естественному условию: $z_t = z(y_t) < y_t$. В разд. 3 будет рассмотрен случай, когда $z(y_t)$ не зависит ни от y_t , ни от времени.

Поясним правило индексации заработной платы. Предполагается, что каждый работодатель в результате явного или неявного соглашения с работниками стремится поддерживать определенный ее уровень в реальном выражении $w^i, i = 0, 1, 2^{**}$. Заработная плата индексируется с запаздыванием (это соответствует реалиям, особенно для бюджетной сферы), так что $W_t = W_t^0 + v(W_t^1 + W_t^2) = [w^0 + v(w^1 + w^2)] p_{t-1}$. Полагая $w = w^0 + v(w^1 + w^2)$, получаем правое соотношение (10).

Вследствие запаздывания фактический реальный уровень заработной платы W_t / p_t зависит от темпа инфляции. Вместе с тем мы предполагаем, что запаздывание при индексации кредитов отсутствует, поскольку в процессе рационализации реальные объемы кредитов должны сопоставляться с наличными ресурсами y_t . В противном случае сбалансированность в системе могла бы оказаться недостижимой.

Еще раз подчеркнем, что в рассматриваемой модели кредиты используются для закупки ресурсов и пополнения средств на счетах, но не для выплат работникам. Это допущение вместе с правилом индексации (10) позволяет обойти сложный вопрос о том, как в действительности объем выделяемых кредитных ресурсов влияет на уровень заработной платы. Мы вернемся к этой проблеме в заключительной части статьи.

Объем ресурсов в первый момент времени $y_1 > 0$, деньги у потребителей $v_0 \geq 0$ и остатки на счетах фирм $H_0 \geq 0$ считаем фиксированными заранее. Последовательность $\{p_t, c_t, V_t, x_t, y_t, H_t\}_{t=1}^{\infty}$ назовем равновесной траекторией, если при ценах p_t пара c_t, V_t является решением задачи (7), (8); тройка x_t, y_{t+1}, H_t — решением (1)–(3), и сверх того выполняются равенства спроса и предложения

$$c_t + g_t = y_t - x_t. \quad (11)$$

* В 1992 и в первой половине 1993 г. процент по депозитам в Сбербанке, где хранилась большая часть сбережений, был существенно меньше темпа инфляции. Сбережения населения настолько обесценились в результате шоковой либерализации цен, что их роль как кредитного ресурса оказалась незначительной. Рынок капитала в этот период только начал формироваться.

** После резкого падения в январе 1992 г. средняя реальная заработная плата в России колебалась, обнаруживая слабую тенденцию к росту в течение 1992–1993 гг.

(Для упрощения записи мы допускаем вольность, обозначая одними буквами текущие переменные и их равновесные значения).

Вообще говоря, прибыль банка или даже всей системы в равновесии может оказаться отрицательной, если величины w^1, w^2 планируемых реальных заработных плат выбраны слишком большими. Предполагается, что в этом случае недостаток покрывается дотациями из бюджета, включенными в W^0 . Можно было бы считать w^1, w^2 переменными и такими, что их сумма не превосходит $y_t - z(y_t)$. Тогда совокупная прибыль (5) оставалась бы положительной и сохранила силу все последующие выводы.

Из бюджетного равенства для потребителей и условия равновесия имеем $p_t g_t = v p_t (y_t - x_t) - W_t - M_{t-1} + M_t$, где $M_t = V_t + H_t$ — масса денег в экономике (соответствующая агрегату "эм один"). Используя (6), получаем стандартное соотношение

$$D_t = M_t - M_{t-1}, \quad (12)$$

согласно которому дефицит финансируется за счет совокупной эмиссии наличных и безналичных денег.

Чтобы исследовать модель, удобнее перейти к реальным переменным. Положим $h = H/p, v = V/p$.

Теперь, учитывая (9), (10) и опуская константы в (1), можем переписать (1)–(3)

$$\lambda_t y - (1+R)x - Rh \rightarrow \max, \quad (13)$$

$$y = f(x, h), \quad (14)$$

$$x + h \leq z_t + h_{t-1} / \lambda_t, \quad (15)$$

где $z_t = z(y_t)$.

Наиболее важен для нас случай, когда ограничение по кредитам (15) выполняется как равенство. При этом (13) эквивалентно более простому требованию

$$y + h/\lambda_t \Rightarrow \max. \quad (16)$$

Задача (7), (8) в реальных переменных имеет вид

$$u(c, v) \Rightarrow \max, \quad (17)$$

$$c + v = (v_{t-1} + w + h_{t-1}) / \lambda_t + (1-v)(y_t - x_t) - h_t. \quad (18)$$

Будем считать, что государственные закупки пропорциональны чистому выпуску: $g_t = \gamma(y_t - x_t)$, где γ — неотрицательный коэффициент, не превосходящий единицы.

3. РАВНОВЕСНЫЕ ТРАЕКТОРИИ

Обозначим через $u_1(c, v), f_1(x, h)$ и $u_2(c, v), f_2(x, h)$ производные u и f по первому и второму аргументам соответственно.

Всюду в дальнейшем считаем выполненными следующие предположения.

S1. Функции u, f строго вогнуты и возрастают по обоим переменным.

S2. Функции u, f дважды дифференцируемы при положительных x, h . Их первые производные по каждому аргументу стремятся к бесконечности при стремлении этого аргумента к нулю; кроме того, $u_2(c, v) \rightarrow 0$ при $v \Rightarrow \infty$; $f_2(x, h) \Rightarrow 0$ при $h \Rightarrow \infty$. Вторые смешанные производные обеих функций неотрицательны.

S3. $0 < z(y) < y$ при любом $y > 0$.

S4. $0 < \gamma < v < 1$.

S5. $R > 0, w > 0, y_1 > 0, v_0 \geq 0, h_0 \geq 0$.

Рассмотрим задачу

$$u(c, v) \Rightarrow \max, c + v = I. \quad (19)$$

Нижеследующее вспомогательное утверждение является простым следствием S1 и S2.

Лемма 1. Решение c, v задачи (19) возрастает с увеличением I , причем $c \Rightarrow \infty$ при $I \Rightarrow \infty$.

Действительно, дифференцируя условия оптимальности $u_1(c, I - c) = u_2(c, I - c)$, убеждаемся в том, что $c(I)$ и $v(I)$ возрастают. Предположим, что $c(I)$ ограничена при $I \Rightarrow \infty$. Тогда в окрестности предельной точки u_2 близка к нулю, а u_1 — возрастает по I и потому отделена от нуля. Отсюда следует утверждение леммы.

Обозначим через $x(\lambda, z), h(\lambda, z), y(\lambda, z) = f(x(\lambda, z), h(\lambda, z))$ решение задачи (13)–(15) при $\lambda_t = \lambda, z_t = z$ и фиксированных R, h_{t-1} .

Теорема 1. Равновесная траектория существует.

Доказательство. В силу леммы 1 для любого $s \geq 0$ найдется единственное неотрицательное число $I(s)$, такое, что при $I = I(s)$ решение $c(s), v(s)$ задачи (19) удовлетворяет условию: $c(s) = s$. Очевидно, функция $I(s)$ непрерывна.

Предположим, что построен отрезок равновесной траектории на временном промежутке $[1, t - 1]$ и, следовательно, заданы величины $h_{t-1} \geq 0, v_{t-1} \geq 0, y_t > 0$. Покажем, что найдется значение λ_t , балансирующее спрос и предложение в периоде t . Для этого достаточно убедиться в существовании корня уравнения $c(s_t) + v(s_t) = (v_{t-1} + w + h_{t-1})/\lambda + (1 - v)(y_t - x(\lambda, z_t)) - h(\lambda, z_t)$ при $c(s_t) = s_t(\lambda, z_t) = (1 - \gamma)(y_t - x(\lambda, z_t))$. Запишем его в эквивалентной форме:

$$L(\lambda) = (v_{t-1} + w + h_{t-1})/\lambda - (v - \gamma)(y_t - x(\lambda, z_t)) - h(\lambda, z_t) - v(s_t) = 0. \quad (20)$$

Отметим, что в силу (15) и S3, $x(\lambda, z_t) < y_t$ при достаточно больших λ ; для таких λ функция $v(s_t)$ и значит $L(\lambda)$ определены. Очевидно, $L(\infty) < 0$. Рассмотрим два случая. Если $x(\lambda^0, z_t) = y_t$ для некоторого λ^0 , то $v(s_t) = v(0) = 0$, и поскольку $h_{t-1}/\lambda - h(\lambda, z_t) \geq x(\lambda^0, z_t) - z_t > 0$, то $L(\lambda^0) > 0$, так что корень существует. Пусть теперь $x(\lambda, z_t) < y_t$ для всех t . Тогда компонента решения $h(\lambda, z_t)$ задачи (13)–(15) ограничена. Действительно, если $h(\lambda, z_t) \Rightarrow \infty$ при $\lambda \Rightarrow 0$, то в силу S2 $f_2(x(\lambda, z_t), h(\lambda, z_t)) \Rightarrow 0$, но $f_2 \geq R > 0$ вследствие оптимальности x, h в (13)–(15). Поскольку функция h ограничена, то $L(0) > 0$, что опять-таки обеспечивает существование корня λ_t . Теорема доказана.

Условимся обозначать штрихом и нижним индексом операцию дифференцирования функции x, h, y по соответствующему аргументу. Рассмотрим, как влияет темп инфляции на их значения.

Предположим, что кредит на равновесных траекториях дефицитен, так что в (15) достигается равенство и следует рассматривать задачу (14)–(16). Из условий оптимальности (при $\lambda_t = \lambda, z_t = z$), имеющих вид

$$-f_1(z + h_{t-1})/\lambda - h + f_2(z + h_{t-1})/\lambda - h + 1/\lambda = 0, \quad (21)$$

нетрудно получить следующие формулы

$$h'_\lambda = -\frac{1 + h_{t-1}(f_{12} - f_{11})}{\lambda^2(2f_{12} - f_{11} - f_{22})}, \quad (22)$$

где f_{ij} — вторые производные функции f ,

$$x'_\lambda = -\frac{h_{t-1}}{\lambda^2} - h'_\lambda = \frac{1 - h_{t-1}(f_{12} - f_{22})}{\lambda^2(2f_{12} - f_{11} - f_{22})}, \quad (23)$$

$$y'_\lambda = -f_1 h_{t-1} / \lambda^2 - h'_\lambda / \lambda, \quad (24)$$

$$y'_\lambda - x'_\lambda = (1 - f_1) h_{t-1} / \lambda^2 + h'_\lambda (1 - 1/\lambda), \quad (25)$$

$$h'_z = \frac{f_{11} - f_{12}}{f_{11} - 2f_{12} + f_{22}}, \quad (26)$$

$$x'_z = 1 - h'_z = \frac{f_{22} - f_{12}}{f_{11} - 2f_{12} + f_{22}}, \quad (27)$$

$$y'_z = f_1 x'_z = f_2 h'_z, \quad (28)$$

$$y'_z - x'_z = (f_1 - 1)x'_z + f_2 h'_z. \quad (29)$$

Из (22), (25)–(29) и предположений S1, S2 вытекает следующее утверждение.

Лемма 2. В условиях рационирования при постоянном объеме кредитов $z = z_t$ реальные остатки на счетах $h_t = h(\lambda, z_t)$, и (при $f_1 > 1$) предполагаемый чистый выпуск $y_{t+1} - x_t = y(\lambda, z_t) - x(\lambda, z_t)$ убывают с ускорением инфляции. При фиксированном темпе инфляции реальные остатки на счетах, затраты и выпуск растут с увеличением кредитов, а если $f_1 > 1$, то возрастает и предполагаемый чистый выпуск.

Если же (15) выполняется как строгое неравенство, т.е. кредит фактически не рационируется, то имеют место соотношения

$$\lambda_t f_1(x, h) = 1 + R, \quad \lambda_t f_2(x, h) = R.$$

Дифференцируя их, убеждаемся в справедливости следующего заключения.

Лемма 2'. При отсутствии рационирования x , h и y возрастают по λ , а если $f_1 > 1$, то и чистый выпуск растет с увеличением λ .

Отметим, что $f_1 > 1$ при $\lambda_t < 1 + R$, т.е. при положительном реальном проценте. Условие $f_1 > 1$ естественно, когда речь идет о глубокой рецессии. Оно означает, что уменьшение затрат ресурсов приводит к падению выпуска.

Полученные результаты позволяют проследить непосредственную реакцию экономики на увеличение реальной заработной платы w в некоторый момент t . Будем считать, что равновесный коэффициент инфляции λ_t определяется единственным образом. Из доказательств теоремы 1 вытекает, что кривая $L(\lambda)$ пересекает ось λ сверху вниз, убывая в окрестности нуля. При увеличении w она сдвигается вверх и пересекает ось λ правее. Как и следовало ожидать, инфляция ускоряется. В системе без рационирования, но с фиксированным номинальным процентом это стимулирует производство. Затраты, выпуск и кассовые остатки растут. Если же ограничение по кредитам существенно, то, согласно лемме 2, увеличение заработной платы ведет не только к ускорению инфляции, но и к производственному спаду. Отметим, что из-за запаздывания потребление $c_t = y_t - x_t$ в периоде t убывает в первом случае (так как большая часть ресурсов идет на производственные нужды) и возрастает во втором. Однако в дальнейшем надо ожидать изменения этих тенденций.

Как следует из (20), (26)–(29), темп инфляции в текущем периоде неоднозначно реагирует на рост объема рационируемых кредитов. Весьма вероятно, что он вначале увеличивается, а затем падает. Более полные качественные выводы удастся получить при рассмотрении стационарных траекторий.

4. СТАЦИОНАРНЫЕ ТРАЕКТОРИИ

Предположим теперь, что реальный объем выделяемых кредитов, объем наличных денег на руках и остатки на счетах предприятий не зависят от времени: $z_t = z$. Рассмотрим задачи

$$f(x, h) + h / \lambda^* \Rightarrow \max, \quad x + h = z + h^* / \lambda^*, \quad (30)$$

$$u(c, v) \Rightarrow \max,$$

$$c + v = \frac{w + v^*}{\lambda^*} + (1 - v)(y^* - x^*) - h^*(1 - 1/\lambda^*), \quad (31)$$

где $y^* = f(x^*, h^*)$.

Определение. Набор $(x^*, h^*, c^*, v^*, \lambda^*)$ назовем стационарной траекторией, если пара (x^*, h^*) является решением (30), пара (c^*, v^*) – решением (31) и, кроме того, $c^* = (1 - \gamma)(y^* - x^*)$.

Наша цель – доказать существование стационарных траекторий и изучить их свойства.

Введем пару функций $\xi(\lambda, z)$, $\omega(\lambda, z)$ так, чтобы при любом фиксированном $z > 0$, $\lambda \geq 1$ соответствующие значения ξ , ω являлись решением задачи

$$f(x, h) + h/\lambda \Rightarrow \max, \quad x + h = K, \quad (32)$$

где

$$K = (\lambda, z) = z + \omega(\lambda, z)/\lambda. \quad (33)$$

Очевидно, $\omega(\lambda, z)$ – неподвижная точка функции $Q(\omega)$, зависящей от λ, z как от параметров и сопоставляющей каждому значению ω компоненту h решения задачи (32) при $K = z + \omega/\lambda$.

Покажем, что при $z > 0$ и $\lambda > 1$ такая точка существует. В самом деле, рассмотрим разность $\varphi(\omega) = Q(\omega) - \omega$ при фиксированном $z > 0$. Очевидно, $\varphi(0) > 0$. Если же $\omega \Rightarrow \infty$, то, как следует из S1, S2 (см. лемму 1), компонента x решения задачи (32) неограниченно растет. Поэтому $Q(\omega) < \omega/\lambda$ при больших ω , а поскольку $\lambda > 1$, то $\varphi(\omega) > 0$. По непрерывности заключаем, что функции $\xi(z, \lambda)$, $\omega(z, \lambda)$ определены. Нетрудно вычислить их производные

$$\omega'_\lambda = \frac{\omega(f_{11} - f_{12}) - 1}{\lambda^2[(2 - 1/\lambda)f_{12} - (1 - 1/\lambda)f_{11} - f_{22}]}, \quad (34)$$

$$\omega'_z = \frac{f_{12} - f_{11}}{(2 - 1/\lambda)f_{12} - (1 - 1/\lambda)f_{11} - f_{12}}, \quad (35)$$

$$\xi'_\lambda = \omega'_\lambda(1/\lambda - 1) - \omega/\lambda^2, \quad (36)$$

$$\xi'_z = \frac{f_{12} - f_{22}}{(2 - 1/\lambda)f_{12} - (1 - 1/\lambda)f_{11} - f_{22}}. \quad (37)$$

Положим $\mu(\lambda, z) = f(\xi(\lambda, z), \omega(\lambda, z))$ и $S(\lambda, z) = \mu(\lambda, z) - \xi(\lambda, z)$. Учитывая, что $f_2 = f_1 - 1/\lambda$, имеем из (36)

$$\mu'_\lambda = (f_1 - 1)\omega'_\lambda/\lambda - f_1\omega/\lambda^2, \quad (38)$$

$$S'_\lambda = (\lambda + f_1 - 2)\omega'_\lambda/\lambda - (f_1 - 1)\omega/\lambda^2. \quad (39)$$

Сопоставляя (34)–(39) и S1, S2, приходим к следующему заключению.

Лемма 3. *Функции ξ , ω , μ , S определены при $\lambda \geq 1$, $z > 0$, причем ω убывает по λ ; ω , μ возрастают по z . Кроме того, в области λ, z таких, что $f_1(\xi(\lambda, z), \omega(\lambda, z)) > 1$, функции μ , S убывают по λ , а S возрастает по z .*

Заметим, что при $\lambda \Rightarrow \infty$ пара функций ξ , ω сходится к решению задачи

$$f(x, h) \Rightarrow \max, \quad x + h = z. \quad (40)$$

Обозначим его через $\xi(\infty, z)$, $\omega(\infty, z)$. В силу леммы 3 при $\lambda \geq 1$

$$\omega(1, z) \geq \omega(\lambda, z) > \omega(\infty, z) > 0. \quad (41)$$

Кроме того, как легко проверить

$$z \geq \xi(\lambda, z) > \xi^0(z) > 0, \quad (42)$$

где $\xi^0(z)$ – соответствующая компонента решения задачи $f(x, h) + h \Rightarrow \max, x + h = z$. Таким образом, при фиксированном z функции ξ, ω ограничены и отделены от нуля.

Для доказательства существования стационарной траектории нам потребуются дополнительные предположения.

A1. $S(\infty, z) = f(\xi(\infty, z), \omega(\infty, z)) - \xi(\infty, z) > 0$.

A2. $f_1(z, \omega(\infty, z)) > 1$.

A3. $\omega > (v - \gamma)S(1, z)$.

Следующее утверждение проясняет смысл условий A1, A2.

Лемма 4. Если выполнены A1, A2, то при любом $\lambda \geq 1$

$$S(\lambda, z) > 0, \quad f_1(\xi(\lambda, z), \omega(\lambda, z)) > 1. \quad (43)$$

Этот факт легко выводится из (41), (42), S1, S2 и леммы 3.

В дальнейшем используются лишь неравенства (43). Таким образом, второе из них можно было бы постулировать вместо A2. Отметим, что при $\lambda = 1$ оно заведомо выполнено, так как $f_1 = f_2 = 1/\lambda$. Для многих конкретных функций f условия A1, A2 означают, что z не слишком велико. Иначе говоря, предполагается, что при минимальных остатках на счетах ограничение по кредитам существенно сдерживает увеличение производства. Примерами служат функции $f(x, h) = ax^\alpha h^\gamma, \alpha + \gamma < 1, f(x, h) = ax^\alpha + bh^\gamma, 0 < \alpha, \gamma < 1, a, b > 0$.

Стационарные инфляционные траектории могут реализоваться лишь при дефиците государственного бюджета. Из (6), (10) следует, что его величина в реальном выражении равна

$$d(\lambda, z) = \omega/\lambda - (v - \gamma)S(\lambda, z). \quad (44)$$

Условие A3 означает, что при отсутствии роста цен государственные доходы оказались бы меньше расходов, если w, γ, v неизменны.

Вопрос о существовании стационарной траектории сводится к рассмотрению уравнения $s + v(s) = I(s) = (w + v(s))/\lambda + (1 - v)S(\lambda, z) - \omega(\lambda, z)(1 - 1/\lambda)$ при $s = c(s) = (1 - \gamma)S(\lambda, z)$. (Функции $I(s), c(s), v(s)$ определены в начале доказательства теоремы 1). Положим $\Psi(\lambda, z) = v((1 - \gamma)S(\lambda, z))$ и перепишем уравнение так

$$J(\lambda, z) = \omega/\lambda - (1 - 1/\lambda)\Psi(\lambda, z) - (v - \gamma)S(\lambda, z) - \omega(\lambda, z)(1 - 1/\lambda) = 0. \quad (45)$$

Заметим, что $J(1, z) = w - (v - \gamma)S(1, z) > 0$ в силу A3, и $J(\lambda, z) < 0$, если λ велико, вследствие (41), (43). Значит, справедливо приводимое ниже утверждение.

Теорема 2. Условия A1–A3 обеспечивают существование стационарной траектории с коэффициентом инфляции $\lambda > 1$.

Следующая теорема является основным результатом настоящей работы.

Теорема 3. Пусть выполнены предположения A1–A3. Если стационарная траектория единственна, то при увеличении объема выделяемых кредитов z стационарное потребление растет, а темп инфляции уменьшается. С ростом доли γ государственных расходов или планируемых уровней $w^i, i = 0, 1$, реальной заработной платы, напротив, потребление падает, а рост цен ускоряется. Если w^i выбраны так, что параметр $w = w^0 + v(w^1 + w^2)$ достаточно велик, что стационарная траектория единственна.

Доказательство. Фиксируем z . Как следует из доказательства теоремы 2, кривая $J(\lambda, z)$ пересекает ось λ сверху вниз, убывая.

Согласно леммам 3, 4, функции S и ω возрастают по z . Нетрудно показать, что Ψ также возрастает. Поэтому $J(\lambda, z)$ убывает по z и стационарный темп инфляции уменьшается. При этом уровень равновесного потребления $(1 - \gamma)S(\lambda, z)$ повышается. Утверждение о влиянии w и γ проверяется аналогично.

Чтобы доказать последнее утверждение теоремы, рассмотрим производную $J'_\lambda(\lambda, z)$ правой части (45)

$$J'_\lambda(\lambda, z) = -\omega/\lambda^2 - \Psi(\lambda, z)/\lambda^2 - (1-1/\lambda)\Psi'_\lambda(\lambda, z) - \\ - (v-\gamma)S'_\lambda(\lambda, z) - \omega(\lambda, z)/\lambda^2 - \omega'_\lambda(\lambda, z)(1-1/\lambda).$$

В силу (34), (39), (41), (42) и А3 каждая из производных ω'_λ , S'_λ и Ψ'_λ имеет вид $O(\lambda)/\lambda^2$, где $O(\lambda)$ – соответствующая ограниченная функция. Следовательно, $J'_\lambda(\lambda, z) < 0$ при всех $\lambda \geq 1$, если w достаточно велико. В этом случае $J(\lambda, z)$ убывает по λ и, значит, стационарное состояние единственно. Теорема доказана.

Для того чтобы пояснить утверждения теоремы 1, рассмотрим соотношение между дефицитом бюджета d и совокупной массой денег $\Psi + \omega$ на руках и на счетах предприятий – аналогом агрегата "эм один" в реальном выражении. Оно следует из (44), (45): $d(\lambda, z) = (1 - 1/\lambda)(\Psi(\lambda, z) + \omega(\lambda, z)) = (1 - 1/\lambda)m(\lambda, z)$, где $m(\lambda, z) = \Psi(\lambda, z) + \omega(\lambda, z)$. Подобные соотношения возникают во многих моделях, описывающих инфляцию. Допустим, что d и m не зависят от λ . Если объем кредитов z увеличивается, то при $f_1 > 1$ растут чистый выпуск S и денежная масса m (лемма 3). Вследствие возрастания прибыли и, соответственно, массы налога уменьшается дефицит, а значит, и темп инфляции $\lambda - 1$. С ростом w повышаются расходы на содержание бюджетной сферы или падает прибыль. Поэтому дефицит увеличивается и инфляция ускоряется.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей статье не утверждается, что рacionamento кредита явилось главной причиной трансформационного спада. Я полагаю, что гораздо большее, возможно, решающее, значение имела конкуренция мирового рынка, в результате которой резко возросло отношение внутренних цен сырья и потребительских благ. Тем не менее, как показывают приведенные выше результаты, жесткая кредитная политика также могла внести определенный вклад в углубление рецессии и даже ускорить рост цен.

Последнее утверждение, казалось бы, противоречит статистическим данным. Увеличение кредитной массы обычно влекло за собой усиление инфляции. Следует, однако, учесть, что предприятия используют кредиты не только для закупки ресурсов, как это постулировалось в модели, но и для дополнительных выплат работникам, в частности для покрытия задолженности по заработной плате. Увеличение выплат, согласно теореме 3, ускоряет инфляцию. Если оба вида затрат нарастают одновременно, то результат зависит от структуры расходов, так что не исключен одновременный рост цен и выпуска.

В связи с развитой выше теорией возникает ряд вопросов, нуждающихся в дальнейшей проработке.

Наши основные выводы получены лишь для стационарных траекторий, поэтому важное значение имело бы исследование их устойчивости. Было бы интересно понять, что происходит на участках траекторий, удаленных от стационарной.

В действительности жесткость кредитной политики Центрального Банка смягчалась благодаря неформальному межфирменному кредиту – неплатежам. Этот факт следовало бы отразить в модели.

В рамках использованного подхода интересно проанализировать разные варианты кредитной политики, в частности случай, когда фиксировано предложение кредитов z_i , а ставка R_i уравнивает спрос на кредиты с предложением. Возможна также фиксация реального, а не номинального процента. Важно было бы также изучить различные варианты запаздываний в обращении и в производстве [8, 9].

В статье предполагалось, что предприятия не влияют непосредственно на цены –

гипотеза, характерная для конкурентного рынка, но не соответствующая российским реалиям. Быть может, в случае монопольного поведения фирм выводы должны быть скорректированы, поскольку при облегчении доступа предприятий-потребителей к кредитам монополисты-поставщики стремятся не только расширить производство, но и поднять цены.

Выше подчеркивалось, что макроэкономические последствия льготного кредитования существенно зависят от того, используются ли кредиты для закупок производственных ресурсов или увеличения заработной платы. Возможно, что условием предоставления льготных кредитов должно быть определенное ограничение на рост фонда заработной платы кредитуемого предприятия.

Автор признателен А.В. Малишевскому, а также участникам семинара по теории инфляции В.И. Данилову, Г.А. Кошевому, А.И. Сотскову и В.А. Спиваку за полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Calvo G.A., Coricelli F. Inter-enterprise Arreas in Economies in Transition // Laxenburg: IIASA, 1994.
2. Волконский В., Кузовкин А., Гельман М. Неплатежи как зеркало российских реформ // Деловой Мир. 1994. 24–30 окт.
3. Kornai J. Transformational Recession: A General Phenomenon Examined throught the Example of Hungary's Development // Collegium Budapest Institute for Advanced Study. Discus. Pap. № 1. Budapest, 1993.
4. Holzmann R., Gacs J., Wincler G. (Eds). Output Decline in Eastern Europe. Unavoidable, External Influence or Homemade? Laxenburg: IIASA, 1994.
5. Jaffee D., Stiglitz J. Credit Rationing // Handbook of Monetary Economics. V. II. / Eds. Friedman B.M., Hahn F.H. Amsterdam: Elsevier Sci. Publ., 1990.
6. Orphanides A., Solow R.M. Money, Inflation and Growth // Handbook of Monetary Economics. V. II // Eds. Friedman B.M. and Hahn F.H. Amsterdam: Elsevier Sci. Publ., 1990.
7. Полтерович В.М. Экономическая реформа 1992 г.: битва правительства с трудовыми коллективами // Экономика и мат. методы. 1993. Т. 29. Вып. 4.
8. Гурьев С.М., Поспелов И.Г. Модель общего равновесия экономики переходного периода // Матем. моделирование. 1994. Т. 6. № 2.
9. Поспелов И.Г. Модель поведения производителей в условиях рынка при наличии льготного кредитования // Матем. моделирование (в печати).
10. Социально-экономическое положение России. Январь–ноябрь 1994 г. М.: Госкомстат России, 1994.

Поступила в редакцию
10 I 1995