

СЕТЕВОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ НА СОВРЕМЕННОМ ЭТАПЕ

В. Я. АЛТАЕВ

(Москва)

За последние годы, начиная с 1965, в развитии теоретических и прикладных направлений сетевого планирования и управления (СПУ) произошли существенные изменения.

Во-первых, центр тяжести исследований в области теории сосредоточился на решении оптимальных задач построения календарного плана проекта, связанных с распределением ресурсов на сетевых моделях.

Во-вторых, наши ученые выполнили значительное число оригинальных работ по теории СПУ, выдвинувших отечественную школу СПУ на одно из ведущих мест в этом направлении исследования операций.

В-третьих, достигнуты определенные сдвиги в практическом внедрении сетевых систем, приравненных Постановлением Совета Министров СССР от 15 августа 1966 г. к внедрению новой техники. Область применения систем СПУ намного расширилась, причем ясно выявилась тенденция создания систем, увязывающих временное (календарное) планирование с распределением ресурсов.

Данная работа представляет собой обзор развития СПУ за последние три года, преимущественно в нашей стране. Обзор не претендует, разумеется, на исчерпывающую полноту; цель его — рассмотреть наиболее важные изменения в этой области за указанный период. Сведения о развитии главным образом теории СПУ на предшествующем этапе можно найти в работах [1, 2].

1. МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ СПУ

Методологические проблемы СПУ, пожалуй, наиболее неясны, противоречивы, хотя им и уделяется в литературе известное внимание. Это объясняется, на наш взгляд, отсутствием установившихся методологических принципов во всей сфере организационного управления, к которой безусловно принадлежит СПУ. Некоторую путаницу вносит в решение методологических вопросов и элемент рекламы, до сих пор присутствующий в ряде публикаций по СПУ.

Ряд четко сформулированных, но, к сожалению, недостаточно обоснованных методологических положений содержится в [3], где системы СПУ определены как подкласс автоматизированных систем управления (АСУ), указано назначение сетевых систем, приведены их классификационные признаки и сформулированы принципы построения систем СПУ, а также их функционирования. Здесь сетевая система разбивается на организационную структуру управления, включающую руководителей всех уров-

ней, службы СПУ и ответственных исполнителей операций, и информационную систему управления, в которую включены сетевая модель проекта, технические средства системы, а также входная и выходная документация. Такое разбиение представляется достаточно условным, выражая лишь одну из возможных трактовок сетевой системы.

В [4] впервые в литературе по СПУ изложены методологические основы построения календарных планов проектов (комплексов операций), сформулировано содержание задач календарного планирования применительно к системам СПУ, дана классификация календарных планов и указаны их свойства, а также определены общие принципы построения календарных планов проектов. Эта работа содержит, кроме того, изложение принципов материального стимулирования в сетевых системах и некоторые новые методологические подходы к задачам распределения ресурсов.

Известный интерес представляют методологические положения, разработанные в [5], где предпринята попытка дать определение плана, уточнить понятие управления проектом, ввести четкое понятие организационного механизма и организационной процедуры. Оригинальную попытку систематического изложения методологии СПУ представляет монография [6]. Сетевая система рассматривается как одна из разновидностей систем организационного управления (СОУ), выполняющих главным образом информационные функции. В монографии описан «жизненный цикл» идеальной системы СПУ, начиная от ее проектирования до функционирования в режиме оперативного управления; перечислены требования, предъявляемые к синтезу сетевой системы и ее эксплуатации; проанализированы проблемы организационного обеспечения и эффективности систем СПУ. Авторы рассмотрели вопросы подготовки и обучения персонала, вовлекаемого в сферу действия систем СПУ, сформулировали принципы, которыми следует руководствоваться для обеспечения активного и правильного поведения людей, являющихся одним из важнейших элементов сетевой системы. В книге дана оценка роли сетевых систем в сфере организационного управления, показано, что системы этого класса не могут претендовать на положение «тотальных» систем, выполняющих все функции руководства, что системы СПУ должны тесно взаимодействовать с рядом других СОУ, функционирующих в организации. Особое внимание уделяется в этой работе проблеме разбиения проекта на структурные элементы и построению иерархии сетей, которая затронута также в [7].

В [8] сетевые модели исследуются как одно из средств графического отображения систем, определяемых, как производственные системы «проектного» типа, принципиально отличающиеся, по мнению автора, от обычных производственных систем. Предпринята попытка выделить эти различия и тем самым выяснить область применения сетевых систем. Здесь проводится аналогия между сетевыми моделями, сигнальными графами и блок-схемами систем автоматического регулирования (САР) и отмечается, что эти три класса моделей различаются лишь математическим описанием дуг и вершин графа, а также отношений между ними.

Как видно из приведенных работ, точки зрения авторов на методологию СПУ существенно отличаются друг от друга. Такое отсутствие единства взглядов свидетельствует, по нашему мнению, прежде всего о том, что СПУ, во всяком случае в отношении «идеологии», переживает пока что период становления. Поэтому преждевременно делать какие-либо окончательные выводы, утверждая правомерность единственного подхода к СПУ, единственно допустимой трактовки роли и назначения сетевых систем и моделей, основных понятий и задач СПУ. Не вызывает сомнений

лишь насущная необходимость дальнейшей разработки методологических вопросов СПУ и формирования единой, общепринятой концепции СПУ, обоснованной не субъективными взглядами того или иного ученого, а результатами объективных исследований, подтвержденных практикой.

2. РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ СПУ

Обратимся теперь к более конкретным проблемам СПУ, изучаемым при помощи математического аппарата. Центральной среди них, как уже отмечалось, является проблема распределения ресурсов на сетевых моделях. Этой проблеме посвящено большое число отечественных и зарубежных работ, она исследуется в большинстве диссертаций по СПУ. Тем не менее ее постановку в общем виде, а тем более решение, не удалось пока что получить вследствие необычайной сложности проблемы, а также известной путаницы в понятиях и определениях.

Попытка уточнения ряда основных понятий, которыми оперируют в задачах распределения ресурсов, содержится в [9], где объем операции w_i определен через количественные и качественные параметры получаемого в итоге выполнения операции результата $w_i = \rho_i(k) \Pi_i$, где количественный параметр Π_i назван продуктом операции, а неубывающая функция $\rho_i(k)$ — коэффициентом качества. Введено понятие состояния операции $x_i(t)$ в момент t как объема, выполненного к этому моменту. Отсюда естественно определяется скорость выполнения операции $v_i(t) = dx_i/dt$. Далее вводится определение понятия ресурса как параметра, влияющего на скорость операции, значение которого можно выбирать из некоторого множества допустимых значений. Задача оптимального распределения ресурсов формулируется как задача минимизации некоторого функционала Φ , зависящего в общем случае от вероятности выполнения проекта за время T — $P(T)$, его продолжительности T , качества K и распределения ресурсов R по операциям проекта.

Однако далее отмечается, что в такой общей постановке задача не решается практически и ставится задача оптимального распределения нескладируемых или возобновляемых ресурсов по одному из общепринятых критериев при условии, когда, помимо обычной сетевой модели, задается также сетевая модель перемещения ресурсов, представляющая собой набор из m сетей (по числу видов ресурсов), вершины которых соответствуют операциям, а дуги — возможным перемещениям ресурсов с одной операции на другую. Такое сочетание сетевых моделей названо двойной сетевой моделью. Кроме того, в этой работе формулируются требования к эвристическим алгоритмам решения задач распределения ресурсов и рассматриваются методы оценки отклонения получаемых решений от оптимума, в том числе метод последовательного анализа вариантов, метод случайного поиска и метод ветвлений.

Развитие указанных идей содержится в [10], где введено понятие набора ресурсов $\mathbf{R}_i(t) = \{r_{ij}(t)\}$, как вектора размерности m , компонентами которого являются количество ресурсов j -го вида ($j = 1, 2, \dots, m$), используемых на выполнении i -й операции в момент времени t . Набор ресурсов представим в виде произведения вектора параметров набора $\mathbf{a}_i = \{a_{ij}\}$, $j = 1, 2, \dots, m$, на скалярную величину $\eta_i(t)$ — мощность набора, где значения компонент вектора параметров соответствуют значению $\eta_i(t) = 1$ — единичной мощности набора. Число допустимых наборов k в каждой операции принимается конечным. Ставится задача выбора набора z_i^k в каждой операции и определения его мощности таким образом, чтобы принятый критерий оптимальности принимал минимальное

значение при ограничениях

$$\sum_{h=1}^{r_i} z_i^h = 1, \quad \sum_{i=1}^n \sum_{h=1}^{r_i} \alpha_{ij} \rho_i z_i^h \leq Q_j, \quad \sum_{i=1}^n \sum_{h=1}^{r_i} \alpha_{ij} \eta_i(t) z_i^h \leq N_j(t),$$

где Q_j — количество невозобновляемых ресурсов, выделенных на проект;

$N_j(t)$ — количество возобновляемых ресурсов в момент t ; $\rho_i = \int_0^T \eta_i(t) dt$

— затраты мощности.

При этом предполагается, что параметры набора на протяжении операции не меняются.

Здесь предложено также определение резерва времени операции, связанное с двойной сетевой моделью и рассмотрены задачи оптимизации распределения ресурсов по резервам, в которых максимизируется резерв времени проекта. Исследованы методы решения различных задач оптимального распределения ресурсов по критерию минимума продолжительности проекта, в том числе случай независимых операций, сведенный к модели линейного программирования, в которой на каждом шаге в базис вводится вектор, определяемый как оптимальное решение задачи ранце, и случай явной зависимости скорости операций от времени. В работе получили дальнейшее развитие точные методы решения задачи распределения ресурсов при условии упорядочения событий сети, рассмотренные также в [11, 12] при линейной зависимости скорости выполнения операций от количества ресурсов. В [10] исследован случай степенной зависимости скорости от количества ресурсов. Доказана теорема о том, что в оптимальном решении каждая операция должна выполняться без прерыва постоянным количеством ресурсов.

Предложены два новых подхода к решению задачи минимизации затрат при заданной продолжительности проекта. Один основан на применении электронного моделирования, второй — на использовании двойной сетевой модели. Основные результаты, полученные в [10], изложены в более доступных источниках [4, 9, 13—15].

В [16, 17] разрабатываются статистические методы решения задач оптимального распределения ресурсов при различных условиях: одного и нескольких проектов, одного и нескольких видов ресурсов при постоянной и переменной интенсивности их использования. Предложенные алгоритмы предусматривают отыскание исходной точки в пространстве решений путем случайного сдвига исходных переменных в пределах ограничений, накладываемых топологией сети, а затем случайный поиск в многомерном пространстве искомых величин локального оптимума. В более сложных случаях поиск ведется в двух пространствах параметров — в пространстве временных параметров (начала операций) и параметров интенсивности использования ресурсов.

Оптимизации распределения ресурсов в системах СПУ методом квадратичного программирования посвящены работы [12] и [18], в которых предложен вычислительный алгоритм, существенно сокращающий объем итерационного процесса отыскания оптимального решения, и используется метод Лагранжа минимизации целевых функций.

В [19] отмечается аналогия задачи балансировки сборочной линии и задач распределения ресурсов на сетевых моделях. Рассмотрен алгоритм точного решения задачи методом целочисленного программирования. Однако этот метод представляет лишь теоретический интерес, так как с вычислительной точки зрения он нереализуем для задач, имеющих

практический смысл. Поэтому предлагается один из эвристических алгоритмов решения задачи, обеспечивающий получение достаточно «хорошего» решения.

Заслуживающая внимания оценка общего состояния проблемы распределения ресурсов в сетевых системах дана в [20], где отмечается отсутствие общих, строгих и практически применимых алгоритмов решения этой проблемы. При строгом подходе любое решение о распределении ресурсов должно приниматься с точки зрения критерия для всего проекта в целом, однако эвристические алгоритмы обеспечивают лишь локальную оптимизацию. На элементарном примере последовательно-параллельной сетевой модели, содержащей всего четыре операции, показано, насколько сложно решение задачи оптимального (в смысле минимума продолжительности проекта) распределения всего одного вида ресурса в случае, когда на него наложено «дизъюнктивное» ограничение, т. е. на некотором интервале невозможно одновременное выполнение операций, допускаемых топологией сети. Рассмотрены различные методы решения этой задачи, в том числе методы линейного и динамического программирования, дана оценка достоинств и недостатков каждого метода.

В [8] трудности решения проблемы распределения ресурсов сведены к трудности четкой постановки задачи и построения математической модели, обеспечивающей получение решения. Трудности первого рода обусловлены рядом факторов, к которым относится неопределенность потребностей в ресурсах, неизвестность функциональных зависимостей между количеством используемых ресурсов и продолжительностью операции, наличие «зоны нечувствительности» продолжительности операций к изменению количества ресурсов, наличие «порога», т. е. минимального количества ресурсов, при котором возможно начало операции. Кроме того, «производительность» различных видов ресурсов задается достаточно произвольно и поэтому, располагая одним и тем же количеством ресурсов, часто можно выполнять дополнительный объем работы. Наконец, возможность прерывания операций, потребляющих одни и те же ресурсы, вносит огромное комбинаторное разнообразие, которое необходимо учитывать при постановке задачи.

Если предположить, что удалось преодолеть все перечисленные затруднения и точно сформулировать задачу, то это не снимает трудностей построения адекватной математической модели, ибо зависимости операций по ресурсам и зависимости продолжительности от количества ресурсов существенно нелинейны. Даже в случае, когда можно описать эти зависимости аналитически, остается сложная проблема объединения их в одной модели. Далее, к целевой функции часто предъявляют противоречивые требования, например, минимизации затрат и минимизации продолжительности. Возможность произвольного разбиения некоторых операций и наличие резервов времени приводят к комбинаторной задаче огромной размерности. Наконец, практически невозможно учесть в модели наличие нижнего и верхнего «порогов» по ресурсам, так как их значения определяются весьма субъективно.

Все эти соображения, указанные в [8], воссоздают качественную картину тех трудностей, которые стоят на пути решения проблемы распределения ресурсов в сетевых системах. Поэтому многие теоретические работы, связанные с распределением ресурсов, не дают практического выхода. В применении к конкретным проектам приходится проводить дополнительные исследования, чтобы использовать, вообще говоря, рациональную модель для решения реальной задачи распределения.

Несмотря на всю сложность проблемы, «безресурсный» период исследований в теории СПУ можно, по-видимому, считать окончательно закон-

ченным, о чем свидетельствует подавляющее большинство новых работ, в которых эта проблема независимо от рассматриваемой задачи в той или иной форме почти всегда затрагивается. Мы увидим это, разбирая работы, не ставящие основной целью решение задач распределения ресурсов.

Интересная и глубокая по содержанию серия теоретических исследований СПУ выполнена А. И. Тейманом [4, 21—24]. Им рассмотрена проблема определения оценок продолжительности проекта, отображаемого сетевой моделью с вероятностными параметрами; предложен метод построения верхних оценок поздних сроков наступления событий, удовлетворяющих условию $t_i^{(1)} \leq f_i^{(1)} \leq \tilde{t}_i^{(1)}$, где $\tilde{t}_i^{(1)}$ оценка позднего срока события, полученная методом усреднения, и показана целесообразность анализа вероятностных сетей комбинированным методом усреднения и статистических испытаний. Разработан метод оценки сверху средней продолжительности проекта, основанный на разбиении сети на четыре подмножества операций, и дана оценка относительной погрешности δ определения средних значений продолжительности проекта.

В [4] решена задача построения реализуемой оценки состояния операции для определения приоритета ее выполнения. Рассмотрен класс оценок критичности, зависящих от продолжительности операции и резерва времени $k = f(t, R)$, и построены равномерные оценки $\gamma = \gamma(t, R)$, в соответствие которым ставится распределение резервов $\{R_{ij}\}$, для которых находится условие реализуемости. Предложенные оценки критичности использованы для решения задач распределения ресурсов методом комбинированных приоритетов, определяемых различными резервами времени операций. На базе этого метода разработан эвристический алгоритм решения задачи минимизации продолжительности проекта при ограниченных ресурсах, запрограммированный для ЭВМ «Урал-2».

В [21] разработана модель процесса планирования проекта, обеспечивающая последовательное уточнение состава и продолжительности операций, а также директивных сроков наступления событий, включая срок завершения проекта. Исследовано влияние различных процедур планирования на вероятность реализации проекта в заданные сроки. Показано, что для любого проекта существуют «пороговые» значения директивных сроков, при отклонении от которых в соответствующую сторону проект с любой наперед заданной вероятностью либо завершается срывом этих сроков, либо их опережением при определенной степени детализации сетевой модели. Сформулированы требования к корректной процедуре планирования проекта и к плану его реализации.

В [22] исследована часто встречающаяся на практике задача, когда существуют приоритеты требований к оптимальному плану. Предложен оригинальный метод последовательных критериев, основанный на задании иерархии критериев и последовательной оптимизации по ним. По значению этот метод выходит за рамки СПУ. Этот метод проиллюстрирован на примере решения ряда задач, в том числе на известной задаче минимизации стоимости проекта при дополнительном условии минимизации числа сокращаемых операций.

Теория календарного планирования проектов в условиях неопределенности изложена в [4, 23, 24]. При известных функциях распределения вероятностей продолжительности операций $F_{ij}(t_{ij})$ надежность проекта при директивном сроке T_d определена как величина

$$P(T_d) = \prod_{(i, j) \in P} F_{ij}[t_{ij}(\text{пл})],$$

где t_{ij} (пл) — плановые продолжительности операций. Поставлена задача отыскания календарного плана максимальной надежности, сведенная к известной выпуклой стоимостной задаче, решаемой методом кусочно-линейной аппроксимации. Задача построения календарного плана при неизвестных распределениях продолжительности операций интерпретируется как задача распределения временных ресурсов. Обоснованы принципы распределения временных ресурсов и показано, что выбор того или иного принципа равносильен заданию системы весов $\{p_{ij}\}$ операций. При заданной системе весов $\{p_{ij}\}$ ставится задача отыскания соответствующего ей распределения резервов $\{R_{ij}\}$, для чего строится P -сеть, где вместо продолжительности операций используются веса. Разработаны алгоритмы пошагового распределения резервов времени событий и операций, определяющие плановые сроки событий, операций и плановые резервы времени, т. е. определяющие календарный план реализации проекта. Алгоритмы запрограммированы для ЭВМ «Урал-2». Все перечисленные результаты обобщены в [25].

Новое интересное направление теории СПУ, связанное с альтернативными сетевыми моделями (АСМ), развивается в работах [26—29]. Предложен новый метод анализа АСМ, основанный на теории сигнальных графов и использовании преобразования Фурье, введен новый тип события, названный «временным разделителем», которое отображает ситуацию, когда реализация выходящей из события операции определяется тем, какая из входящих в это событие операций реализована. Таким образом, в событиях этого типа осуществляется попарная связь инцидентных операций. В [27] анализ АСМ проведен методом статистических испытаний. В [29] предложена новая интерпретация АСМ, которую можно назвать чисто логической, ибо дугам не сопоставляются вероятности реализации. По-видимому, наиболее плодотворной областью использования сетевых моделей этого класса пока что будет решение задач выбора варианта реализации проекта.

Оригинальная идея оценки критичности высказана в [30], где критичность операций и путей связывается с мерой неопределенности, подсчитываемой по известной формуле теории информации

$$I = \log_2 N,$$

где N — число возможных исходов. Эта величина вычисляется для каждой операции и зависит от числа событий, непосредственно следующих за начальным для рассматриваемой операции событием, и числа событий, непосредственно предшествующих конечному событию этой операции. Так, если из одного события исходят четыре операции, то мера неопределенности каждой операции $I = \log_2 4 + \log_4 1 = 2$. После вычисления значений I для каждой операции определяется мера неопределенности всех путей сети, причем суммирование величин I производится по максимуму I всех операций, входящих в рассматриваемое событие. На такой сети легко выделить путь (пути) с наибольшей неопределенностью, которая, очевидно, возрастает при движении по любому пути от начала к концу сети. Для сравнения степени критичности, определенной по резервам времени, и критичности, соответствующей введенной мере неопределенности, приходится прибегать к некоторым простым преобразованиям. Экспериментальная проверка показала, что прогноз критичности, полученный на основе оценки степени неопределенности, лучше согласуется с фактическими данными, чем прогноз критичности, построенный только по продолжительности операций.

Известный интерес представляет работа [31], в которой изложен алгоритм построения сети «циклического» проекта по заданным операциям и

отношениям следования одного цикла. Алгоритм дает алгебраическое представление сети, определенное как множество номеров событий и множество упорядоченных пар этих номеров, задающих операции.

Все более насущная необходимость ощущается в развитии теории так называемых многотемных систем СПУ. Первые шаги в этом направлении сделаны в [32—35]. Здесь, как и во всех задачах, связанных с распределением ресурсов, наметились два подхода: эвристический, основанный на формализации некоторых рациональных соображений, и аналитический, основанный на идее агрегирования сетей.

Идея агрегирования сводится к представлению задачи распределения ресурсов в многотемном проекте, отображаемом набором k сетей, связанных только ресурсными ограничениями, в виде трех этапов:

1) преобразования каждой сети к одной операции, для которой необходимо определить вектор параметров набора α_p , объем W_p и зависимость скорости выполнения этой агрегированной операции от мощности набора $v_p(t) = \rho_p(t)$, $p = 1, 2, \dots, k$;

2) решение задачи распределения ограниченных ресурсов между k независимыми операциями по заданному критерию оптимальности для всего проекта, в результате которого определяется количество ресурсов всех видов, направляемых на выполнение каждой темы;

3) решение k задач распределения ресурсов на исходных сетях по локальным критериям оптимальности, принимаемым для каждой темы из дополнительных соображений.

На пути реализации идеи агрегирования предстоит преодолеть еще много принципиальных затруднений, но она представляется перспективной, ибо позволяет надеяться на создание общего метода построения многотемных систем СПУ.

Рассматривая развитие теории СПУ, нельзя не затронуть проблемы использования в сетевых системах ЭВМ и их программного обеспечения. В настоящее время для анализа и оптимизации сетей применяют почти все отечественные машины и самые разнообразные программы. К сожалению, до сих пор не проведен анализ ни эффективности использования различных типов ЭВМ в системах СПУ, ни эффективности составленных программ, хотя общеизвестно, что, например, ЭВМ, не имеющие выхода на широкую печать, нерационально применять в системах СПУ, а эффективность многих программ, разработанных для одного и того же типа ЭВМ и решающих одну и ту же задачу, существенно различна.

Приведем краткие сведения по некоторым программам, предназначенным для решения задач СПУ. В институте Гипротис под руководством Н. В. Скрыдлова разработана серия программ для ЭВМ «Минск-2», («Минск-22»), в число которых входят следующие 10 программ.

1. Программа определения временных характеристик детерминированных сетей, обеспечивающая анализ сетей, содержащих до 1727 операций и столько же событий при максимальной продолжительности операции 99 единиц времени и максимальной продолжительности проекта 1727 единиц.

2. Программа учета потребностей в ресурсах, выдающая графики ежедневной и суммарной потребности в ресурсах по ранним и поздним срокам начала операций по каждому виду ресурсов. Параметры сети те же, что и в предыдущей программе. Максимальное количество ресурса на одну операцию 4095 единиц, по всему проекту 10^9 единиц, число видов ресурсов не ограничено, интенсивность постоянна.

3. Программа определения минимальной задержки проекта при недостатке невозобновляемых ресурсов (деньги, материалы и т. п.), сравнивающая потребность (нарастающим итогом) с графиком поставки по позд-

ним срокам наступления событий и сдвигающая срок окончания проекта, если потребность превышает наличие. Параметры программы те же, что и у программы 2, причем исходными данными для программы 3 являются результаты программы 2.

4. Программа оперативного временного анализа сетей, обеспечивающая сортировку и выборку выходной информации по различным признакам. Максимальный объем сети 1000 операций и столько же событий. Максимальная продолжительность операции 999 единиц времени, проекта — 2047 единиц.

5. Программа сглаживания потребностей в ресурсах при фиксированном сроке завершения проекта, не дающая оптимального решения, но обеспечивающая существенное улучшение использования ресурсов. Максимальный объем сети 511 операций и столько же событий, максимальная продолжительность операции 99 единиц времени, проекта — 511 единиц.

6. Программа оптимизации по стоимости, реализующая алгоритм Келли — Фулкерсона для сетей с теми же параметрами, что и программа 5, но при максимальной продолжительности проекта 2047 единиц.

7. Программа распределения ограниченных ресурсов по жестким приоритетам, минимизирующая продолжительность проекта. Объем сети тот же, что и в программе 5, учитываются три вида ресурсов, максимальное количество ресурса на операцию 2047 единиц, максимальная продолжительность операции 511 единиц, проекта — 4095 единиц.

8. Аналогичная программа, но с некоторой модификацией правил приоритета. Остальные параметры совершенно идентичны.

9. Программа распределения ограниченных ресурсов методом случайных проб, минимизирующая продолжительность проекта. Все остальные параметры те же, что и в программах 7 и 8.

Программы 7—9 производят распределение возобновляемых ресурсов, выдавая решение в виде календарного плана проекта. Все эти программы названы «Калибровка».

10. Программа выбора варианта проекта, удовлетворяющего директивному сроку при минимальной стоимости, не гарантирующая получение оптимального решения, но значительно улучшающая план. Для каждой операции возможно задание до четырех различных вариантов выполнения по стоимости и продолжительности. Объем сети: 511 операций, 511 событий, стоимость операции не более 2047 единиц, продолжительность — не более 127 единиц, продолжительность проекта — до 4095 единиц.

Программы института Гипротис издаются специальными выпусками и высылаются по запросам, так что с ними легко ознакомиться. Они охватывают достаточно широкий круг задач СПУ.

В НИИСП Госстроя УССР под руководством В. И. Рыбальского и В. И. Садовского разработана программа «Калибровка» для распределения до 30 видов ресурсов по многотемному проекту, содержащему до 30 тем. Эта программа представляет пример эвристического подхода к решению задач в многотемных системах СПУ, о чем упоминалось выше при рассмотрении проблемы развития этого важнейшего подкласса сетевых систем. Программа составлена для машины М-20. Она минимизирует срок выполнения многотемного проекта при заданных ограничениях на ресурсы при учете одного ресурса на каждой операции. Допускается изменение продолжительности операций и интенсивности использования ресурсов. Сведения об указанной программе и лежащем в ее основе алгоритме приведены в [32, 33, 36].

В этом же институте составлена программа, минимизирующая среднеквадратическое отклонение кривой потребления нескольких видов ресурсов от среднего значения. Она рассчитана на сеть, содержащую до 1000 операций при числе видов ресурсов до четырех (машина М-20).

О программах, разработанных в ИАТ(ТК), уже упоминалось ранее при рассмотрении работ А. И. Теймана.

В Институте кибернетики АН УССР для машины М-20 под руководством В. С. Михалевича и Н. З. Шора разработаны две программы: первая определяет временные характеристики сети, содержащей до 3000 событий и 3750 операций, выдавая также пути критической зоны, характеристики операций в календарных датах и графики потребностей в ресурсах по каждой организации, участвующей в проекте (по ранним и поздним срокам); вторая программа производит расчет потребностей в ресурсах для многотемных проектов. Наибольшее число тем — 32, сеть каждой темы может содержать до 1362 операций, учитывается до 1000 видов ресурсов. Программа выдает дифференциальные и интегральные кривые потребностей в ресурсах по ранним и поздним срокам по отдельным темам и по проекту в целом.

В Институте экономики и организации производства СО АН СССР под руководством Л. Я. Лейфмана и И. Б. Рабиновича разработана библиотека программ для ЭВМ М-20 для анализа технологически несвязанных сетей, каждая из которых содержит до 2000 операций. Программы выдают до 10 списков информации, упорядоченной по различным признакам, в том числе потребность в ресурсах каждого подразделения на каждую единицу времени по ранним срокам начала операций. Здесь разработана также библиотека программ для ЭВМ М-220, позволяющая производить фрагментарный анализ сетей произвольного объема при условии, что каждый фрагмент содержит не более 8000 операций. Предусмотрены возможность укрупнения сетей и распределения ресурсов в многотемном проекте, а также автоматическое приведение сети к директивному сроку без учета ресурсов. Аналогичные программы составлены для машины «Минск-22», но при максимальном размере фрагмента в 1000 операций.

Для машины БЭСМ-2 под руководством Д. И. Голенко и Н. А. Левина разработана программа анализа сетей, содержащих до 1800 операций и 1700 событий при максимальной продолжительности операции 127 единиц и всего проекта 1023 единицы. Эта программа выдает разнообразную информацию, упорядоченную в основном по убыванию номеров последующих событий.

Таковы сведения, которыми мы располагаем относительно решения задач СПУ на ЭВМ. Важные теоретические и практические работы выполнены в этой области Бреховым и Смирновой [37, 38], Кирилловым и Жадаоновым [39], Майзлиным [40], Михельсоном [41], Авдеевым (см., напр., [42]) и рядом других авторов. Однако обобщающего труда по проблеме использования ЭВМ и других средств вычислительной техники в СПУ пока нет, хотя необходимость в нем давно назрела. Остается надеяться, что такой труд в конце концов появится.

В заключение этого краткого очерка состояния теории СПУ остановимся на положении с публикациями в этой области. Их число пока что сравнительно невелико, что объясняется, как нам представляется, недостаточным количеством ученых, целиком посвятивших себя этому направлению. Если по уровню теоретических исследований отечественная школа СПУ ликвидировала отставание от США и прочих зарубежных стран, то по числу работ монографического характера мы еще не достигли желаемых результатов. По существу единственной подлинной монографией по теории СПУ является известная работа Зуховицкого и Радчик [43], на которую можно найти ссылки почти во всех теоретических публикациях по СПУ. Однако эта работа при всех ее достоинствах систематизирует и обобщает результаты, полученные главным образом еще до 1965 г., причем относящиеся лишь к одному классу сетевых моделей. Все остальные книги по

теории СПУ [4, 44, 45], число которых весьма ограничено, представляют собой лишь сборники, содержащие ценные, интересные работы, но не являющиеся систематическими руководствами. Правда, можно рассчитывать, что достаточно быстро этот пробел будет в известной мере восполнен. Так, например, большую монографию, охватывающую как теоретические, так и прикладные аспекты СПУ, подготовил для издательства «Наука» коллектив авторов, возглавляемый А. Я. Лернером. Д. И. Голенко написал монографию по статистическим проблемам СПУ, которая готовится к печати тем же издательством.

Что касается довольно многочисленных брошюр, затрагивающих теоретические вопросы СПУ, и учебных пособий, выущенных некоторыми высшими учебными заведениями, то они, разумеется, не могут заменить капитальных работ и к тому же качество ряда указанных публикаций оставляет желать лучшего.

Мы уделяем внимание этому вопросу потому, что от его решения в значительной мере зависит дальнейшее развитие у нас в стране теории СПУ, в которой, несмотря на достигнутые успехи, наблюдаются некоторые тревожные признаки. Дело в том, что эта теория еще не завоевала прочного положения в комплексе исследований по экономической кибернетике и организационному управлению. Ряд ученых, выполнивших ценные, оригинальные работы по теории СПУ, написавших на эту тему диссертации, в дальнейшем оставляют тему, переключаясь по тем или иным причинам на исследования в других направлениях. Появление обобщающих, квалифицированных монографий по теории СПУ, на наш взгляд, способствовало бы ликвидации этой нежелательной тенденции.

Кроме того, из среды студентов экономических ВУЗ'ов лишь небольшое число пополняет ряды специалистов СПУ, ибо курс СПУ, введенный во многих ВУЗ'ах, в том числе и неэкономического профиля, не обеспечен солидной литературой. Поэтому даже те студенты, которые выбирают СПУ в качестве темы дипломной работы, не считают его, как правило, предметом последующей специализации. Крайне ограничено в результате и число аспирантов, работающих в области теории СПУ. Весьма примечательно, что основной вклад в эту теорию внесли энтузиасты — математики, инженеры, но отнюдь не экономисты и специалисты по организации производства. Думается, что издание капитальных трудов отечественных авторов по теории СПУ и солидных учебников явилось бы важным фактором в устранении указанного недостатка.

Общая оценка задач дальнейшего развития теории СПУ незначительно отличается от оценки, данной два года назад в [1], хотя сейчас появилась острая потребность осмысления СПУ как экономического явления, ибо без определения связи СПУ с другими направлениями совершенствования планирования и управления нашего народного хозяйства, в частности без научно обоснованного определения места и роли СПУ в разрабатываемых АСУ, трудно рассчитывать на существенный прогресс в развитии сетевых систем.

Важной проблемой является, по нашему мнению, разработка теоретических основ проектирования систем СПУ, так как без решения этой проблемы трудно добиться создания подлинных систем. Именно в силу ее неразработанности на практике нередко получают не систему организационного управления, функционирующую на базе использования сетевых моделей, а формальные сетевые графики, никем не используемые, не влияющие на ход выполнения комплекса.

Перспективным направлением представляется использование аппарата СПУ при решении различных экономических проблем, например, при выборе оптимального варианта капиталовложений, развития отрасли и т. п.

Развитие «чистой» теории СПУ вне связи с другими разделами исследования операций, теорией оптимального функционирования народного хозяйства и рядом других научных направлений, очевидно, не может дать существенных практических результатов.

При всей сложности проблем СПУ и при условиях, когда на первый план выдвигается требование широкого практического внедрения сетевых систем в народное хозяйство, нельзя не вспомнить слова Больцмана: «нет ничего практичнее хорошей теории», которые очень метко характеризуют центральную задачу СПУ.

3. ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ СПУ

Первый этап внедрения методов и систем СПУ в народное хозяйство можно условно считать закончившимся к началу 1965 г. К этому времени во многих отраслях был накоплен известный опыт разработки и эксплуатации сетевых систем, в которых планирование и управление осуществлялось в явном виде по единственному параметру — времени. Оценка этого опыта показала, что в одних случаях использование СПУ принесло существенный эффект в отношении сокращения сроков выполнения проектов, экономии ресурсов и прочих показателей, в других — не дало никакого ощутимого эффекта, а в некоторых привело к отрицательным результатам.

К сожалению, этот опыт не был обобщен не только в масштабе всего народного хозяйства, но и в пределах отдельных отраслей. Тем не менее можно смело утверждать, что положительные результаты заметно преобладали над отрицательными, что обусловило дальнейшее развитие практики СПУ. Это развитие пошло по двум основным путям: по пути расширения области применения сетевых систем и их совершенствования.

За последние три с лишним года значительно возросло число предприятий и организаций, использующих СПУ при реализации самых разнообразных проектов. Бесполезно пытаться перечислять проекты, к которым применялись или применяются системы и методы СПУ, так как их число уже настолько велико, что для такого перечня потребовалась бы внушительная книга. Даже в пределах одного предприятия число таких проектов достигает иногда нескольких десятков. Пожалуй, наиболее существенным является факт, что многие из этих проектов вовсе не принадлежат к числу уникальных или, как выражались, одноразовых комплексов, о которых было принято говорить, как об основных объектах применения СПУ на начальном этапе развития.

Таким образом, отчетливо проявилась универсальность СПУ, широко проникающего и в саму сферу управления процессами планирования. Достаточно сослаться на пример Госпланов СССР и УССР, где энергично внедряются системы СПУ для проектов разработки годовых и перспективных планов развития народного хозяйства. Аналогичные работы по инициативе Госплана СССР проводятся и в ряде союзных министерств.

Более того, некоторые проверенные практикой исследования показали, что СПУ отлично зарекомендовало себя как основа управления обычной производственной деятельностью. Сошлемся на опыт шахты № 1 «Биби-ковская» Подмосковского угольного бассейна, где под руководством С. С. Лихтермана внедрена и успешно функционирует система СПУ развитием горных работ [46, 47]. Можно привести также пример использования СПУ в геологоразведочных работах [48, 49] для управления обычной производственной деятельностью геологической организации в течение планового периода в пределах существующей системы планирования, финансирования и организации геологоразведочных работ. То же самое подтверждает богатый опыт использования СПУ в судостроении и судоре-

монте [50—52], машиностроении [53, 54], строительстве [55—57] и других отраслях народного хозяйства.

В какой-то мере эти изменения оценки области применения СПУ нашли отражение в [3], но предстоит более точно определить сферу рационального использования сетевых систем и не исключено, что в ряде случаев они явятся основным ядром АСУ предприятиями или более крупными организациями, хотя пока что в проектах АСУ методам и системам СПУ практически не отведено даже самого скромного места.

Оценивая в общих чертах состояние практического внедрения СПУ у нас в стране, трудно делать утешительные выводы. Если формально число «внедренных» сетевых систем довольно велико, и они распространены почти во всех отраслях народного хозяйства, то до уровня подлинных СОУ многие из этих систем не доведены. Нередко наблюдается ситуация, когда считающаяся внедренной сетевая система работает, не оказывая реального воздействия на ход реализации проекта. Еще более неудовлетворительным является положение, когда систему отождествляют с сетевой моделью, т. е. ограничиваются построением сетевого графика, никак не используемого и не корректирующегося при выполнении проекта.

Что касается совершенствования сетевых систем, то на практике существенным препятствием в этом отношении зачастую является отсутствие необходимой исходной информации для решения задач распределения ресурсов, минимизации затрат, выбора оптимального варианта реализации проекта и т. п. Тем не менее при настойчивости и инициативе разработчиков системы, а также при поддержке руководства удается преодолеть это препятствие и внедрить систему СПУ, осуществляющую оптимальное распределение ресурсов или оптимизацию по какому-либо иному критерию. Примеры таких систем уже имеются в строительстве и ОКР.

Недостатки внедрения СПУ объясняются, по нашему мнению, прежде всего недооценкой потенциальных возможностей сетевых систем со стороны руководителей различных звеньев и уровней. К сожалению, проведенные в достаточно широком масштабе курсы подготовки и семинары хозяйственных руководителей нередко носили формальный характер и не обеспечивались иногда квалифицированными специалистами СПУ. Многочисленные постановления министерств и ведомств по вопросам внедрения СПУ не возлагают в должной мере ответственности на руководителей за решение этой задачи, а выполнение этих постановлений не контролируется надлежащим образом. Внедрение СПУ, несмотря на решение Совета Министров СССР, материально поощряется недостаточно. В результате судьба внедрения каждой конкретной сетевой системы определяется прежде всего уровнем подготовки, инициативой и энтузиазмом того или иного руководителя. Не создан пока что единый орган, который бы координировал и контролировал внедрение СПУ в масштабе всего народного хозяйства. Следует отметить, что и сами разработчики систем СПУ до последнего времени не уделяли достаточного внимания вопросам согласования сетевых систем с прочими СОУ, действующими на любом предприятии и в любой организации.

Первым шагом для устранения имеющихся недостатков во внедрении СПУ в народное хозяйство является, на наш взгляд, проведение широкого обследования фактического состояния этой проблемы. Только выявив истинную картину и подвергнув ее глубокому анализу, можно будет дать обоснованные рекомендации по ликвидации встретившихся на пути внедрения сетевых систем препятствий.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Я. Алтаев, В. Н. Бурков, А. И. Тейман. Теория сетевого планирования и управления. Автоматика и телемеханика, 1966, т. XXVII, № 5.
2. П. С. Слипченко, В. И. Рыбальский, Б. И. Хацет, С. Я. Пиджиянц. Обзор исследований по вопросам оптимального использования ресурсов в системах СПУ. НИИСП, Киев, 1966 (ротапринт).
3. Основные положения по разработке и применению систем СПУ, 2-е издание, коллектив авторов. М., «Экономика», 1967.
4. В. Н. Бурков, Б. Д. Ланда, С. Е. Ловецкий, А. И. Тейман, В. Н. Чернышев. Сетевые модели и задачи управления. М., «Сов. радио», 1967.
5. Система «Спутник-1». МГПИ им. В. И. Ленина. М., 1966 (ротапринт).
6. R. D. Anchibald, R. L. Villoria. Network-based management systems (PERT/CPM). N. Y., Wiley, 1967.
7. В. Я. Алтаев. Методология СПУ. Доклады 1-й Всес. конф. по экономической кибернетике (Батуми, 1966). ЦЭМИ. М., 1966 (ротапринт).
8. S. E. Elmaghraby. The design of production systems. N. Y., Reinhold Corp., 1966.
9. В. Н. Бурков, А. Я. Лернер, С. Е. Ловецкий. О постановке и методах решения задач распределения ресурсов в больших системах (см. там же, где [7]).
10. В. Н. Бурков. Оптимальное распределение ресурсов в системах СПУ. Диссертация, ИАТ (ТК). М., 1967.
11. Б. С. Разумихин. Задачи об оптимальном распределении ресурсов. Автоматика и телемеханика, 1967, т. XXVIII, № 1.
12. А. А. Воронов, Е. П. Петрушин. Решение задачи оптимального распределения ресурсов методом квадратичного программирования. Автоматика и телемеханика, 1966, т. XXVII, № 11.
13. В. Н. Бурков, С. Е. Ловецкий. О проблеме временного планирования. В сб. Проблемы организации научных исследований и разработок. М., «Наука», 1967.
14. В. Н. Бурков. Оптимальное управление системой независимых объектов. В сб. Кибернетика и управление. М., «Наука», 1967.
15. В. Н. Бурков. Применение теории оптимального управления к задачам распределения ресурсов. Тр. III-го Всес. совещания по автоматическому управлению (Одесса, 1965) Т. «Управление производством». М., «Наука», 1967.
16. Д. И. Голенко, Н. А. Левин. Некоторые вопросы оптимизации многотемных разработок в системах сетевого планирования с учетом нескольких ресурсов. «Кибернетика», 1966, № 1.
17. Д. И. Голенко, Н. А. Левин. Некоторые способы оптимизации сетевых проектов во времени при ограниченности ресурсов. Системы СПУ опытно-конструкторскими разработками. Научн. тр. НГУ, 1966, вып. 9.
18. Е. П. Петрушин. Метод Лагранжа и задачи оптимального распределения ресурсов в системах сетевого планирования. Автоматика и телемеханика, 1966, т. XXVII, № 12.
19. C. L. Moodie, D. E. Mandeville. Project resource balancing by assembly line balancing techniques. J. Ind. Engng, 1966, v. XVII, № 7.
20. J. A. Carruthers, Q. Battersby. Advances in critical path methods. Opns. Res. Quart., 1966, v. 17, N 4.
21. А. И. Тейман. Оптимальное планирование в больших системах (см. там же, где [7]).
22. А. И. Тейман. Оптимальное планирование комплексов операций. В сб. Вопросы управления большими системами. Онтипробор, М., 1967.
23. А. И. Тейман. Некоторые вопросы управления комплексами операций в условиях неопределенности. Тезисы и докл. 1-й Всес. конф. по математическим вопросам СПУ (Киев, 1966). Ин-т кибернетики АН УССР. Киев, 1967 (ротапринт).
24. А. И. Тейман. Распределение резервов времени в системах СПУ (см. [15]).
25. А. И. Тейман. Управление комплексами операций (методы анализа и оптимизации). Диссертация, ИАТ (ТК). М., 1967.
26. A. V. Pritsker, W. W. Happ. GERT: graphical evaluation and review technique. J. Ind. Engng, 1966, v. XVII, N 5.
27. Г. С. Поспелов, В. А. Борншполец. О стохастическом сетевом планировании. Техническая кибернетика, 1967, № 1.
28. В. Я. Алтаев, О. Г. Чеботарев. Альтернативные сетевые модели. В сб. Моделирование экономических процессов, вып. 3. М. Изд-во МГУ, 1968.
29. W. Crowston, G. L. Thompson. Decision CPM: a method for simultaneous planning, scheduling and control of projects. Opns. Res. 1967, v. 15, N 3.
30. J. N. Noetli, P. Brumbaugh. Information concepts in network planning. J. Ind. Engng, 1967, v. XVIII, N 7.
31. C. Fisher, G. L. Nemhauser. Multicycle project planning. J. Ind. Engng, 1967, v. XVIII, N 4.

32. В. И. Садовский. Расчет оперативного графика работ с учетом ограничений в расходе основных ресурсов. Программа «Калибровка» для ЭВМ М-20 и БЭСМ-3М. НИИСП. Киев, 1965 (ротапринт).
33. В. И. Садовский. Алгоритм последовательной оптимизации многоцелевого графика работ строительной организации, располагающей ограниченными ресурсами «калибровка». В сб. Вычислит. и организ. техника в строительстве и проектировании, вып. 6. М., 1965.
34. О. Г. Чеботарев. Задачи оптимизации многотемных разработок. Докл. 2-й Всес. конф. по оперативному управлению производством. Л., 1968 (ротапринт).
35. В. Н. Бурков, А. Я. Лернер. Новые задачи теории СПУ. В сб. Вопросы управления в больших системах. Онтарибор, М., 1967.
36. А. М. Кузнецов, Д. А. Мерейнис, В. И. Садовский. Программа расчета сетевых графиков с учетом ограничений по ресурсам. В сб. Сетевое планирование и управление. М., «Экономика», 1967.
37. А. М. Брехов, Т. И. Смирнова. Машинная обработка информации в системах СПУ большой сложности. В сб. Сетевое планирование и управление. М., «Экономика», 1967.
38. А. М. Брехов. Программирование и решение задач СПУ на ЭВМ «Минск». Л., «Судостроение», 1964.
39. О. К. Жаданов, В. В. Кириллов. Анализ сетевых моделей больших объемов на ЭЦВМ с малой оперативной памятью. В сб. Сетевое планирование и управление. М., «Экономика», 1967.
40. И. Е. Майзлин. Об одном способе поиска информации и его применении при реализации на ЭВМ алгоритма нахождения критического пути. Докл. АН СССР, 1964, № 4.
41. В. С. Михельсон. Нахождение критических путей в сетевых графиках. Экономика и матем. методы, 1965, т. 1, вып. 2.
42. Ю. А. Авдеев, Г. А. Сенькина. Оптимальный план выполнения сложного проекта в заданное время. В сб. Моделирование процессов управления, вып. 1. Новосибирск, «Наука», 1967 (ротапринт).
43. С. И. Зуховицкий, И. А. Радчик. Математические методы сетевого планирования. М., «Наука», 1965.
44. Сетевое планирование и управление. Сб. под ред. Д. И. Голенко и В. В. Кириллова. М., «Экономика», 1967.
45. Д. И. Голенко, Н. А. Левин, В. С. Михельсон, Ч. Г. Найдов-Железов. Автоматизация планирования и управления новыми разработками. Рига, «Звайгзне», 1966.
46. П. В. Авдулов, С. С. Лихтерман. Опыт применения системы СПУ для планирования и управления развитием горных работ на действующей шахте. В сб. СПУ в промышленности. М., 1966.
47. П. В. Авдулов, А. С. Бурчаков, Б. М. Воробьев, С. С. Лихтерман. Организация системы СПУ развитием горных работ на шахте № 1 «Бибиловская». «Уголь», 1967, № 7.
48. Л. А. Лубенский, П. В. Полежаев. Применение сетевых методов для организации геологоразведочных работ. Разведка и охрана недр, 1967, № 5.
49. П. В. Полежаев, Л. А. Лубенский. Сетевые методы планирования геологоразведочных работ. М., «Недра», 1968.
50. А. М. Брехов, Г. Б. Кезлинг, И. М. Марьяновский. Применение систем СПУ в судостроении. ЦНИИТС. Л., 1965 (ротапринт).
51. Л. М. Ходорковский. Некоторые вопросы автоматизации систем управления и оперативного планирования. «Судостроение», 1966, № 2.
52. С. С. Виноградов, Е. Н. Полуляхов, М. М. Теплицкий, В. А. Фриж. Опыт применения и пути внедрения сетевых графиков в судоремонте. «Судостроение», 1966, № 2.
53. Д. В. Соляник. Сетевые методы планирования и управления в машиностроении. «Машиностроение», 1965, № 4. Киев.
54. Л. Игнатова, О. Манушина. Применение сетевых графиков во внутрицеховом планировании. «Плановое хозяйство», 1965, № 9.
55. В. И. Рыбальский. Кибернетика в строительном производстве. Киев, «Будивельник», 1965.
56. Сетевое планирование и управление строительством. Материалы семинара Московск. дома Научно-техн. пропаганды им. Ф. Э. Дзержинского, М., 1966 (ротапринт).
57. Ю. Авдеев, А. Николаева. Использование сетевых графиков для управления ходом работ. На стройках России, 1965, № 1.

ОБ ОТНОШЕНИЯХ ОБМЕНА И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ В СИСТЕМЕ ОПТИМАЛЬНОГО ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СОЦИАЛИСТИЧЕСКОЙ ЭКОНОМИКИ

А. И. КАЦЕНЕЛИНБОЙГЕН, С. М. МОВШОВИЧ,
Ю. В. ОВСЕНКО

(Москва)

Классиками марксизма-ленинизма даны основополагающие идеи об общих закономерностях простого и расширенного воспроизводства [1], о процессах планирования [3, 4], распределения совокупного общественного продукта в социалистическом обществе [5]. В трудах В. И. Ленина были сформулированы исходные принципы функционирования социалистической экономики, требующие ценностных экономических показателей [6]. Исходя из указанных положений классиков марксизма-ленинизма, в ряде экономико-математических работ [7—11] исследовались методы составления оптимальных планов производства и свойства цен. Было показано, в частности, что двойственные оценки при известных условиях могут выполнять функции цен. Аргументом в пользу этого служит свойство двойственных оценок в точке оптимума, заключающееся в том, что с их помощью можно отличить оптимальные производственные процессы от неоптимальных.

В данной работе рассматриваются некоторые стороны отношений обмена между производственными объектами в условиях расширяющегося социалистического производства при наличии общественных нужд, а также между сферой производства и непродовольственным потреблением. Если этот обмен опосредствуется денежным обращением, а в качестве цен используются двойственные оценки, то показано, что в оптимальном плане обеспечивается органическое единство натуральных и денежных балансов как в производстве, так и между производством и распределением потребительских благ.

Исследования производятся на модели, включающей как производство, состоящее из отдельных хозяйственных комплексов, так и процессы потребления и трудовой деятельности людей.

1. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Производство состоит из N хозяйственных комплексов и рассматриваются в последовательные моменты времени $t = 0, 1, 2, \dots, T$.

Интервал времени $(0, T)$ будем называть *плановым периодом*. Единичный интервал $(t, t + 1)$ будем называть *циклом*. Каждый производственный процесс в модели разбивается на циклы, причем в начале цикла $(t, t + 1)$ в момент t затрачиваются необходимые ингредиенты, а в конце цикла (в момент $t + 1$) выпускаются соответствующие продукты.

Комплекс характеризуется в первую очередь набором ингредиентов, которые он потребляет и выпускает. Будем предполагать, что в системе циркулирует конечное число ингредиентов. Обозначим это число через m .